# TEOREMA DE TALES:
# UMA UNIDADE DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

**Paulo Cesar Marques da Silva**

**Dr. Osmar Francisco Giuliani (orientador)**
**Dra. Ângela Maria Hartmann (co-orientadora)**

Trabalho de Conclusão de Curso no formato de artigo apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Ciências Exatas - Matemática

**Caçapava do Sul, junho de 2016**

# TEOREMA DE TALES: UMA UNIDADE DIDÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Paulo Cesar Marques da Silva – pacemase@gmail.com
Osmar Francisco Giuliani – osmargiuliani@unipampa.edu.br
Ângela Maria Hartmann – angelahartmann@unipampa.edu.br

**Resumo**
Este trabalho relata e analisa a aplicação de uma Unidade Didática (UD) sobre o Teorema de Tales, tendo como objetivo ampliar a compreensão de alunos do Ensino Médio sobre proporcionalidade e semelhança de triângulos. A UD desenvolvida a partir dos Três Momentos Pedagógicos foi aplicada em uma turma do 2º ano de Ensino Médio de uma escola estadual, no município de Caçapava do Sul/RS. A pesquisa foi de cunho qualitativo e os dados analisados foram obtidos a partir das respostas dos alunos ao questionário proposto na problematização inicial e de resumos elaborados por eles ao final da aplicação da UD. A análise dos dados foi orientada pela Análise Textual Discursiva (ATD), a partir de três categorias: (i) História da Matemática, (ii) Compreensão do Teorema de Tales e (iii) Aplicações Cotidianas. Destaca-se a potencialidade e a relevância da abordagem de conteúdos matemáticos a partir de UD's para a construção de uma aprendizagem significativa por parte dos alunos, bem como a importância da valorização dos conhecimentos prévios dos alunos e o destaque à aplicações cotidianas dos conteúdos.

**Palavras chave:** Teorema de Tales; Unidade Didática; Ensino Médio.

## INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática, assim como de outras componentes curriculares, relaciona-se ao desenvolvimento de competências e habilidades dos alunos, de modo a prepará-los para a vida social e profissional. Neste sentido, a Matemática no Ensino Médio possui um papel tanto formativo como instrumental (BRASIL, 2000). O valor formativo relaciona-se ao auxílio à formação do pensamento e do raciocínio dedutivo e o valor instrumental à utilidade para a vida cotidiana em tarefas específicas de quase todas as atividades humanas.

Dentre os objetivos de aprendizagem da Matemática no Ensino Médio estão:

> • compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
> • aplicar seus [do aluno] conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
> • expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática (BRASIL, 2000, p.42).

Neste sentido, para que sejam contemplados esses objetivos, é necessário que as aulas de Matemática sejam pensadas de forma a valorizar o conhecimento prévio dos alunos e agregar significados ao que é ensinado. De acordo com Ausubel (2000), o processo de construção do conhecimento se dá de forma individualizada e correlacionada com a aprendizagem prévia dos estudantes. Como a estrutura cognitiva de cada aluno é única, a agregação de significados por cada um também será particular.

O presente trabalho relata o desenvolvimento de uma Unidade Didática (UD) estruturada a partir dos Três Momentos Pedagógicos (DELIZOICOV, 2001) para o estudo do Teorema de Tales. A UD foi aplicada em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública, do município de Caçapava do Sul, RS. Neste trabalho apresenta-se a narrativa das atividades desenvolvidas com o intuito de promover uma aprendizagem significativa por parte dos alunos sobre o Teorema de Tales e suas aplicações na Matemática.

Teve-se como objetivo geral desenvolver uma Unidade Didática sobre o Teorema de Tales de modo a ampliar a compreensão de proporcionalidade e semelhança de triângulos para os alunos e, como objetivos específicos teve-se os seguintes:

- ✓ Fazer um levantamento de quais são os conhecimentos prévios dos alunos sobre proporcionalidade e semelhança de triângulos;
- ✓ Identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à História da Matemática tendo como foco o Teorema de Tales;
- ✓ Desenvolver uma Unidade Didática destacando aplicações cotidianas do Teorema de Tales;
- ✓ Avaliar a potencialidade da Unidade Didática para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos.

O fator determinante para a realização e desenvolvimento deste trabalho foi a potencialidade do tema proposto, visto que, o Teorema de Tales abrange vários conceitos e operações matemáticas, tais como: porcentagem, fração, função linear, regra de três, entre outros. Estes conceitos estão presentes em diversas situações cotidianas, como por exemplo: compra e venda, culinária e construção civil. Além disso, sabe-se, por experiência, que existem casos em que os estudantes concluem a educação básica sem uma noção clara e um domínio operacional sobre tais conceitos.

As atividades da Unidade Didática foram propostas em uma turma onde estavam sendo desenvolvidas, pelo autor desse trabalho, atividades de estágio de regência, oportunidade em que se pode observar a dificuldade dos discentes, principalmente no desenvolvimento do raciocínio matemático para resolver questões do cotidiano, denotando a necessidade de

atividades que pudessem auxiliá-los na compreensão de conceitos e operações matemáticas e na sua transposição para o seu dia-a-dia.

## SOBRE TALES DE MILETO

Tales, matemático grego, foi reconhecido por seus contemporâneos como um dos sete homens mais sábios do mundo. Ele foi o responsável pela afirmação de que a Matemática é mais do que algoritmos para calcular volume ou mesmo valores (MLODINOW, 2005). Apesar de haver poucas informações sobre sua vida e obra, ele é considerado um homem de rara inteligência e é reconhecido como o primeiro filósofo da história. Seu nascimento e falecimento, ocorridos por volta de 625 a.C. e 548 a.C., respectivamente, são datados baseados no fato de que o eclipse de 585 a.C. ocorreu, provavelmente, quando estava em plena maturidade, por volta dos 40 anos (BOYER, 1996).

De acordo com Mlodinow (2005), Tales estudou a ciência, a matemática e a astronomia nas suas viagens à Babilônia, ganhando fama ao trazer esse conhecimento para a Grécia. O eclipse mencionado anteriormente, ocorrido mais precisamente aos 28 dias do mês de maio de 585 a.C., foi predito por Tales, sendo esse um de seus feitos legendários.

Quanto à vida profissional, sabe-se que Tales foi um comerciante rico, embora não se tenha informações acerca do tipo de produto que comercializava e, que aplicou seu dinheiro no que lhe agradava, dedicando-se a viagens e a estudos (MLODINOW, 2005).

Tales passou longos períodos no Egito, onde foi capaz de deduzir como calcular a altura das pirâmides construídas pelos egípcios:

> Tales buscou explicações teóricas para os fatos descobertos empiricamente pelos egípcios. Com tal compreensão, Tales foi capaz de deduzir técnicas geométricas, uma da outra, e de roubar a solução de um problema a partir de um outro, pois tinha extraído o princípio abstrato da aplicação prática particular. Ele deixou os egípcios impressionados quando lhes mostrou como eles poderiam medir a altura da pirâmide empregando um conhecimento das propriedades de triângulos semelhantes. [...] Ele se tornou uma celebridade no Egito antigo. (MLODINOW, 2005, p. 25).

Para calcular a altura das pirâmides, Tales utilizou o teorema que atualmente recebe o seu nome, feito esse pelo qual é famoso. Além desse teorema foram muitas as descobertas e contribuições desse matemático. Entre elas estão: os primeiros passos para a sistematização da geometria, contribuindo para a demonstração de teoremas geométricos que foram reunidos séculos mais tarde na obra *Elementos*, de Euclides e a invenção do primeiro sistema de raciocínio lógico. Tales também foi o primeiro matemático a considerar o conceito de

congruência de figuras espaciais e a lidar com o conceito de espaço físico, afirmando que os humanos devem ser capazes de explicar tudo o que ocorre na natureza (MLODINOW, 2005).

Conforme Mol (2013, p. 32), "a tradição clássica atribui a Tales de Mileto a primeira ação no sentido de organizar a geometria como estudo abstrato e dedutivo". A relevância de Tales para o desenvolvimento da Matemática deve-se a esse fato. Assim, defende-se que a discussão em sala de aula não se restrinja apenas ao Teorema de Tales, mas também à história e o contexto do desenvolvimento matemático promovido por esse sábio grego.

## O INÍCIO DA FILOSOFIA E OS PENSADORES DE MILETO

De acordo com Brito (2008) os primeiros filósofos foram os chamados pré-socráticos, que viveram na fase inaugural da filosofia grega, no período anterior a Sócrates. Este período, entre o final do século VII e o final do século V a.C., ficou conhecido também como período cosmológico, no que a Filosofia destinava-se ao estudo da origem do mundo e as causas responsáveis pelas transformações na natureza.

Os pré-socráticos "buscavam um principio (arkhé), uma explicação racional (logos) do mundo e da natureza (physis)" (BRITO, 2008, p. 1), portanto, os filósofos pré-socráticos dedicavam-se à Cosmologia. A Cosmologia "é uma filosofia da natureza" (BRITO, 2008, p. 1).

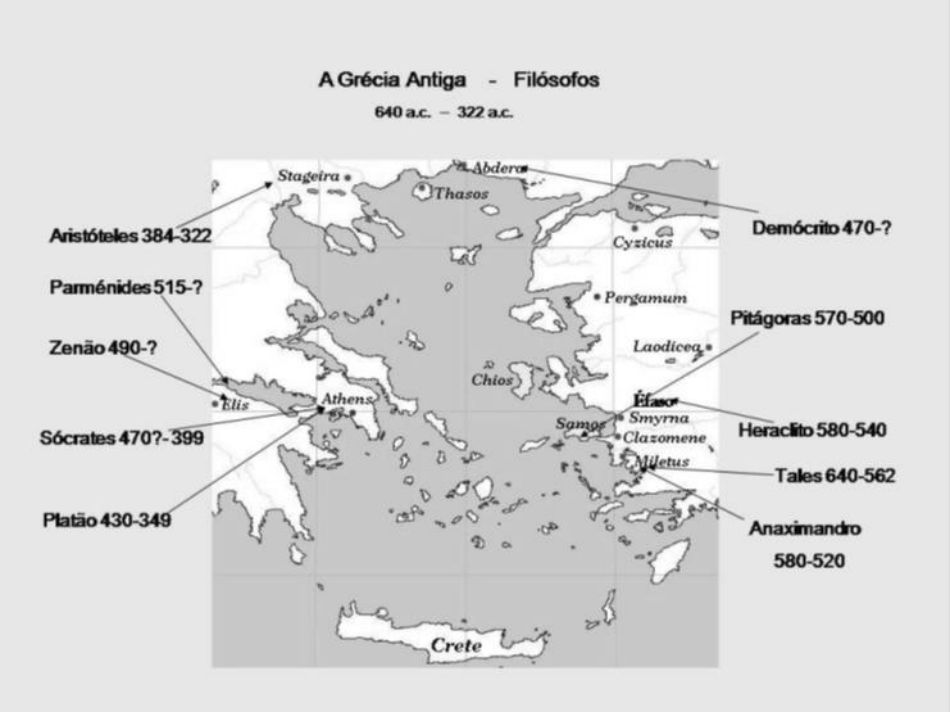
Sobre a história da escola filosófica de Mileto, sabe-se que:

> [...] Mileto, hoje uma cidade da Turquia, está ligada aos acontecimentos políticos na Ásia Menor entre os séculos VI e IV a.C. Depois de beneficiar-se de sua localização, favorável ao comércio, e de experimentar um grande desenvolvimento socioeconômico e tecnológico, Mileto foi ocupada pelos persas e várias vezes destruída, o que determinou o fim da escola filosófica. (BRITO, 2008, p. 1).

O berço da filosofia foi a cidade de Mileto, situada no litoral ocidental da Ásia Menor, na Jônia. Essa cidade, caracterizada por diversas influências culturais e por um rico comércio, abrigou os três primeiros pensadores da história ocidental a quem se denomina de filósofos: Tales, Anaxímenes e Anaximandro (BRITO, 2008, p. 1).

Na figura 1, são indicados os filósofos da Grécia Antiga, os locais onde nasceram e atuaram, bem como os períodos em que viveram.

Figura1. Filósofos da Grécia Antiga




Fonte: Brito (2008, p. 1)

## O TEOREMA DE TALES

O Teorema de Tales é um dos teoremas centrais no estudo da geometria euclidiana, e possui um papel fundamental na Matemática e origem na resolução de problemas práticos envolvendo paralelismo e proporcionalidade. Seu enunciado clássico é: "Se um feixe de retas paralelas é interceptado por duas retas transversais, então os segmentos determinados pelas paralelas sobre as transversais são proporcionais" (BONGIOVANNI, 2007, p. 94).

A primeira demonstração do Teorema de Tales aparece na proposição 2 do livro VI de *Os Elementos*, de Euclides, escrito cerca de três séculos após Tales (BONGIOVANNI, 2007).

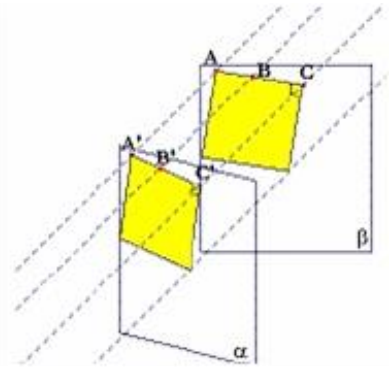
Entre as aplicações do teorema destacam-se os conteúdos de razão e proporção, teoria da semelhança, trigonometria e geometria espacial:

> [O Teorema de Tales] tem um papel fundamental na teoria da semelhança e consequentemente na trigonometria, onde justifica as definições de seno, cosseno e tangente de um ângulo. Na geometria espacial ele aparece no tratamento das secções de um sólido por um plano paralelo à base. Na perspectiva, ele surge quando se estudam as propriedades das figuras geométricas que se conservam quando traçadas em um plano e projetadas em outro plano a partir de uma fonte no infinito; dessas propriedades (conservação do ponto médio, conservação do baricentro, conservação do alinhamento etc.), a fundamental é a conservação das razões das distâncias entre pontos alinhados. (BONGIOVANNI, 2007, p. 94).

Nesse sentido, um quadrado tem duas representações distintas em dois planos diferentes (Figura 2). Os pontos A, B e C alinhados no primeiro quadrado e os pontos correspondentes A', B' e C' no outro plano têm como invariante fundamental a conservação das razões:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{A'C'}{A'B'}$$

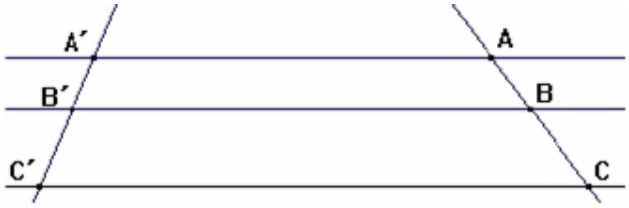
Figura 2. Quadrado em dois planos distintos.




Fonte: Bongiovanni (2007, p. 95)

A figura 3, observada do ponto de vista do Teorema de Tales, pode também ser interpretada como três pontos de uma reta contida num plano e suas projeções contidas num segundo plano.

Figura 3. Representação do Teorema de Tales




Fonte: Bongiovanni (2007, p. 95)

Uma importante relação do Teorema de Tales com outros saberes diz respeito às representações gráficas das funções lineares. A justificativa para tais representações serem retas está relacionada ao teorema (BONGIOVANNI, 2007).

## APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

O conceito de aprendizagem significativa baseia-se na ideia de que os conhecimentos prévios dos alunos precisam ser valorizados pelo professor, e a partir desses adotar-se uma sequência de conteúdos propriamente ditos (AUSUBEL, 2000). Ou seja, é essencial trabalhar os "conceitos" já existentes na estrutura cognitiva dos discentes, uma vez que, aquilo que o indivíduo já sabe tem uma grande influência sobre aprendizagem dos novos conceitos.

Nesse sentido, Pelizzari *et al.* (2002) afirma que a aprendizagem torna-se significativa à medida que o aluno consegue incorporar o novo conteúdo às estruturas de conhecimento já existentes, fazendo com que este novo conteúdo adquira significado para ele a partir da relação com o seu conhecimento prévio.

De acordo com Marques (2013, p. 44), "uma alternativa facilitadora da aprendizagem significativa defendida por Ausubel, que de certa maneira, prepararia e organizaria a estrutura cognitiva do aprendiz, são os organizadores prévios". Os organizadores prévios constituem-se de materiais oferecidos aos alunos antes do conteúdo ser ensinado, ou seja, servem de apresentação e/ou introdução ao assunto que se quer ministrar e precisam ser elaborados num nível mais alto de abstração. O principal objetivo dos organizadores prévios é que sirvam como uma espécie de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que há a necessidade dele saber.

Para que haja aprendizagem significativa, é indispensável que o aluno tenha disposição em querer aprender. Em consequência, defende-se que o conteúdo a ser aprendido seja significativo. Do contrário, torna-se mais difícil o processo de ensino e de aprendizagem. Defende-se ainda que as aulas sejam contextualizadas, pois de acordo com Lopes (2002, p. 392), "os saberes escolares devem ter relação intrínseca com questões concretas da vida dos alunos". Portanto, a promoção de aulas contextualizadas tendem a tornar o conteúdo mais relevante para o aluno, o que possibilita que o processo de ensino e de aprendizagem seja exitoso.

Talvez nem todos os alunos consigam atingir um nível de aprendizagem considerado satisfatório pelo professor, principalmente se for uma classe com um número grande de alunos. No entanto, é fundamental que o docente pense e utilize de estratégias diferenciadas, que permitam aos discentes maiores possibilidades de construção do conhecimento. A aprendizagem é mais significativa quando o professor leva em consideração o conhecimento prévio dos alunos.

Entretanto, quando a aprendizagem significativa não ocorre, ou seja, o aluno não relaciona o novo conteúdo a algo que ele já sabe, ocorre a aprendizagem mecânica:

> Quando o conteúdo escolar a ser aprendido não consegue ligar-se a algo já conhecido, ocorre o que Ausubel chama de aprendizagem mecânica, ou seja, quando as novas informações são aprendidas sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva. Assim, a pessoa decora fórmulas, leis, mas esquece após a avaliação (PELIZZARI *et al*., 2002, p. 38).

Concordando com Pelizzari *et al.* (2002), destaca-se que se faz necessário o atendimento a duas condições principais para que ocorra efetivamente a aprendizagem significativa. A primeira condição é que ele tenha disposição para aprender pois, do contrário, a aprendizagem será mecânica. Já a segunda condição, diz respeito ao fato de que o conteúdo a ser aprendido necessita ser potencialmente significativo, ou seja, ele precisa ter significado lógico relacionado à natureza do conhecimento e significado psicológico relacionando-se à experiência que o aluno possui.

## HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

De acordo com Santos (2012), a História da Matemática ganhou destaque como metodologia pedagógica a partir da década de 80, década esta marcada por discussões relativas à Matemática e ao seu processo de ensino-aprendizagem em congressos internacionais de Educação Matemática. A ampliação da utilização da História da Matemática como metodologia de ensino ocorreu principalmente devido a este ter sido o tema central de um grande número de dissertações e teses com propostas de atividades com aplicações nos Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Alguns fatores que justificam o uso da história no ensino da Matemática são:

- a história aumenta a motivação para a aprendizagem da Matemática;
- humaniza a matemática;
- mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo;
- os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram;
- contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à Matemática, e
- suscita oportunidades para a investigação em Matemática. (BRITO; MENDES, 2009, p. 09).

Conforme Santos (2012), uma das contribuições que pode ser associada à utilização da História da Matemática, além das mencionadas anteriormente, é o fato de tornar possível a desmistificação da Matemática, mostrando-a não como uma ciência pronta e acabada. Assim, o conteúdo matemático pode ser apresentado aos alunos de forma a evidenciar como foi historicamente produzido.

Nesse sentido, defende-se a utilização da História da Matemática enquanto potencial metodologia no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos, evidenciando não somente o conceito como também o contexto em que ocorreu o seu estudo e desenvolvimento.

## METODOLOGIA

Conforme Teixeira (2013), uma Unidade Didática (UD) pode ser entendida como um conjunto de atividades selecionadas pelo professor de maneira coerente e sequencial tendo como objetivo auxiliar os alunos na construção de conhecimento.

Ainda de acordo com a mesma autora, "a forma de organização das aulas por meio de Unidade Didática no ensino da Matemática, proporciona mudanças significativas na construção do conhecimento do aluno" (TEIXEIRA, 2013, p. 15). Este fato deve-se ao planejamento das aulas de uma Unidade Didática, pois a fim de que haja a construção de conhecimento por parte dos alunos, são utilizadas uma série de estratégias e recursos para que este objetivo seja alcançado no decorrer da aplicação da Unidade.

Nesse sentido, na presente pesquisa, o planejamento da UD e o desenvolvimento das atividades ocorreram no Componente Curricular de estágio supervisionado obrigatório denominado de Cotidiano da Escola: Grupo de Estudos Orientado (GEO), junto ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas. Esse estágio tem como ementa a "construção de uma proposta didático-pedagógica que articule o conhecimento cotidiano e o conhecimento científico, buscando diversas estratégias para a significação do conteúdo escolar" (UNIPAMPA, 2013, p.51).

Durante o planejamento das aulas, manteve-se constante reflexão sobre o que seria ensinado, bem como os objetivos e as estratégias que seriam utilizadas, uma vez que, de acordo com Lorenzato (2008, p. 3) "Dar aulas é diferente de ensinar. Ensinar é dar condições para que os alunos construam seu próprio conhecimento". O autor ainda salienta o quanto é fundamental que o professor conheça o conteúdo a ser ensinado, visto que, o conhecimento que ele precisa ter não se restringe ao conteúdo, mas também à metodologia que será empregada durante as aulas, entre outros aspectos.

## A ESTRUTURA E A AVALIAÇÃO DA UNIDADE DIDÁTICA

A pesquisa acerca da aplicação de uma Unidade Didática sobre o Teorema de Tales, foi de natureza qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986), cujas principais características são: a fonte direta de dados é o ambiente natural, e o principal instrumento é o pesquisador; os dados produzidos são predominantemente descritivos; a preocupação com o processo é maior do que com o produto.

Para abordar o Teorema de Tales foi desenvolvida uma Unidade Didática[1] estruturada a partir dos Três Momentos Pedagógicos (DELIZOICOV, 2001), que são: Problematização Inicial (PI), Organização do Conhecimento (OC) e Aplicação do Conhecimento[2].

Na Problematização Inicial apresenta-se uma situação real que os alunos já conheçam e presenciam e que, obviamente, esteja relacionado ao tema em estudo, exigindo para a sua compreensão a introdução dos conhecimentos científicos. Neste momento problematiza-se o conhecimento que os alunos vão expondo, de modo geral a partir de poucas questões propostas, que inicialmente são discutidas num pequeno grupo, para em seguida serem socializadas no grande grupo.

A função do professor é a de questionar posicionamentos, inclusive fomentando a discussão das distintas respostas dos alunos, e lançar dúvidas sobre o assunto. O professor, nesta etapa precisa abster-se de responder ou fornecer explicações. O objetivo é aguçar explicações contraditórias e localizar as possíveis limitações do conhecimento expresso pelos alunos, fazendo emergir a necessidade de construir conhecimento. Portanto, o ponto culminante desta problematização, é fazer com que o aluno sinta a necessidade de outros conhecimentos que ainda não possui, ou seja, procura-se configurar a situação em discussão como um problema que precisa ser enfrentado (DELIZOICOV, 2001).

No segundo momento, Organização do Conhecimento (OC), os conhecimentos selecionados como necessários para a compreensão dos temas e da problematização inicial são sistematicamente estudados sob a orientação do professor. As mais variadas atividades são empregadas neste momento de modo que o professor possa desenvolver a conceituação Matemática identificada como fundamental para uma compreensão científica das situações que estão sendo problematizadas. É neste ponto que a resolução de problemas de lápis e papel

[1] As atividades desenvolvidas na Unidade Didática estão descritas no Apêndice A.
[2] Detalhes sobre como foram desenvolvidos os três momentos pedagógicos nesta UD podem ser encontrados no Apêndice A.

pode desempenhar sua função formativa na apropriação de conhecimentos específicos (DELIZOICOV, 2001).

Por último, a Aplicação do Conhecimento, destina-se, sobretudo, a abordar sistematicamente o conhecimento que vem sendo incorporado pelo aluno para analisar e interpretar tanto as situações iniciais que determinaram seu estudo, como outras situações que, embora não estejam diretamente ligadas ao motivo inicial, podem ser compreendidas pelo mesmo conhecimento. Do mesmo modo que no momento anterior, há a necessidade do desenvolvimento de diversas atividades, buscando a generalização da conceituação que foi abordada no momento anterior, inclusive formulando os chamados problemas abertos. A meta pretendida com este momento é a de capacitar os alunos a articular os conceitos Matemáticos com situações reais (DELIZOICOV, 2001).

## CONTEXTO DE APLICAÇÃO DA UNIDADE DIDÁTICA

A aplicação da Unidade Didática foi realizada com uma turma de 2º ano do Ensino Médio Politécnico de uma escola estadual no município de Caçapava do Sul/RS, composta por 21 alunos com faixa etária entre 15 e 17 anos. As atividades foram desenvolvidas no componente curricular denominado Seminário Integrado (SI), que é um espaço planejado, integrado por professores e alunos (RIO GRANDE DO SUL, 2011). No Quadro 1 a seguir, encontra-se o cronograma da UD, que foi aplicada ao longo de 11 aulas consecutivas com duração de 50 minutos cada:

Quadro 1. Desenvolvimento da Unidade Didática

| **Número da Aula** | **Conteúdo Programático** |
|---|---|
| 01 | Problematização inicial envolvendo questões relacionadas à proporcionalidade (ver apêndice A). |
| 02 | Discussão das afirmações realizadas pelos alunos sobre as questões da problematização inicial. |
| 03 | Conceituação de razão, proporção e semelhança, finalizando com exercícios. |
| 04 | Após apresentação do vídeo *Teorema de Tales* (disponível em: https://youtube/ISt_RsQ2veU), foi realizada uma discussão sobre o vídeo e a história de Tales. |
| 05 | Demonstração do Teorema de Tales. |
| 06 | Resolução de exercícios relacionados ao Teorema de Tales. |
| 07 | Resolução de exercícios relacionados ao Teorema de Tales. |
| 08 | Aplicação da leitura Uma vara, duas sombras, uma ideia, na sequência exercícios. |
| 09 | Conceituação de triângulos semelhantes e, na sequência resolução de exercícios. |
| 10 | Atividade prática em duplas no pátio da escola. |
| 11 | Atividade sobre a medição da largura de um rio. Propor uma síntese sobre o que foi visto até o momento em relação ao Teorema de Tales, com data previamente estabelecida para entrega. |

Fonte: Elaborado pelos autores.

O corpus de análise desta pesquisa foram as respostas dos alunos ao questionário proposto na problematização inicial e os resumos elaborados por eles ao final da aplicação da Unidade Didática e sua importância. A análise dos dados produzidos foi realizada a partir da Análise Textual Discursiva (ATD) (MORAES; GALIAZZI, 2011) cujas etapas são: a unitarização, a categorização e a comunicação.

A ATD é uma técnica que permite resgatar os discursos dos sujeitos de forma qualitativa, conduzindo à definições sistemáticas que auxiliam a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados (MORAES; GALIAZZI, 2011).

A análise dos dados teve início com a unitarização, sendo realizada a desconstrução dos textos e as respostas escritas pelos alunos, separando-os em unidades de significado. A seguir veio a etapa de categorização, sendo estabelecidos vínculos entre as unidades e a articulação de significados semelhantes, fazendo emergir as categorias de análise. Por último, a comunicação, etapa em que ocorreu a estruturação e explicação das compreensões atingidas anteriormente.

Os alunos, sujeitos desta pesquisa, foram identificados pelas letras do alfabeto, exemplo A, B, C.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir são apresentadas as categorias emergentes do processo de categorização, que foram: (i) História da Matemática, (ii) Compreensão do Teorema de Tales e (iii) Aplicações Cotidianas.

### (i) História da Matemática

Conforme Santos (2012, p. 17), "a História da Matemática pode fornecer aos alunos a possibilidade de participar de descobertas, conhecendo situações que motivaram criações matemáticas". Ainda de acordo com a autora, é necessário mostrar aos alunos o caráter de ciência em construção da Matemática, a fim de desconstruir a ideia de que essa é uma ciência pronta e sem erros.

Essa desmistificação da Matemática se faz necessária por muitos alunos acreditarem que a aprendizagem dessa Componente Curricular se dá a partir de um acúmulo de fórmulas e algoritmos e que a Matemática não é mais que um corpo de conceitos estáticos e verdadeiros, do qual não se levantam dúvidas ou questionamentos, não havendo qualquer preocupação em tentar compreender porque funcionam, pois a crença é que foram descobertos e criados por gênios (D'AMBROSIO, 1989). Diante desse fato se evidencia a importância que a História da Matemática faça-se presente nas aulas, a fim de que os alunos possam conhecer e compreender o surgimento dos teoremas e princípios que estudam em Matemática, bem como o entendimento sobre suas respectivas aplicações.

No desenvolvimento da UD, mais precisamente durante a problematização inicial e no decorrer das primeiras intervenções em sala de aula pode-se observar que os alunos não apresentavam qualquer conhecimento sobre a história de Tales. Contudo, ao final do desenvolvimento da UD todos os alunos escreveram aspectos que remetiam a essa história, tais como: "Tales de Mileto foi um importante filósofo, astrônomo e matemático grego que viveu antes de Cristo" (Aluno B); "Tales de Mileto foi um grande filósofo e matemático de sua época, ele foi muito além de seu tempo, usamos suas descobertas hoje e usaremos sempre" (Aluno C); "Nasceu em Mileto antiga Colônia Grega, na Ásia menor. Tales é apontado como um dos sete sábios da Grécia Antiga" (Aluno G).

Nesse sentido, as informações históricas levadas para a sala de aula tiveram como objetivo mostrar aos alunos que o conteúdo estudado é situado historicamente (SANTOS,

2012), o que se pode evidenciar nos depoimentos a seguir, retirados das considerações escritas pelos alunos ao final das aulas da UD:

> *A história da geometria descritiva ganha vida nas descobertas do grande matemático grego Tales de Mileto. Sábio do século VI a.C., Tales tornara-se conhecido como pai da geometria descritiva após grande contribuição não somente nesse campo, mas em muitas outras extensões da matemática* (Aluno O).

> *Ele [Tales] usou seus conhecimentos sobre Geometria e Proporcionalidade para determinar a altura de uma pirâmide* (Aluno B).

Santos (2012) defende o fato de que seja possível proporcionar aos alunos condições para que estes consigam se interessar e compreender o conteúdo a ser ministrado a partir da utilização da História da Matemática. A abordagem histórica pode auxiliar os alunos no entendimento de por que estudar algo e, esse entendimento tende a gerar maior interesse sobre o que será abordado, uma vez que o aluno sente vontade de aprender, fazendo emergir um ambiente favorável à construção de uma aprendizagem significativa.

Segundo Nunes (2007), a descoberta histórica tende a evidenciar o significado lógico, motivando o aluno a se apropriar significativamente dos conceitos em estudo, pois atividades com perspectivas históricas humanizam o estudo da disciplina, mostrando a Matemática como ciência em construção e em constante interação com outras ciências.

**(ii) Compreensão do Teorema de Tales**

Conforme Pelizzari *et al.* (2002, p. 40) "a construção das aprendizagens significativas implica a conexão ou vinculação do que o aluno sabe com os conhecimentos novos, quer dizer, o antigo com o novo". Portanto, a aprendizagem significativa ocorre quando o aluno consegue, utilizando os seus conhecimentos prévios, agregar e incorporar significado aos novos conteúdos. Nesse sentido, buscou-se, no desenvolvimento da UD, captar elementos que evidenciassem compreensões dos alunos sobre razão e proporcionalidade, no momento destinado à Problematização Inicial. No entanto, nesta fase, não foi possível constatar nenhuma ideia referente ao teorema ou mesmo qualquer ideia matemática relacionada à ideia de proporção e semelhança.

Ao final da aplicação da UD, observou-se que os alunos construíram conhecimento e compreensões sobre o teorema, conforme pode-se constatar a partir das falas dos mesmos:

> *O que eu entendi foi que Teorema de Tales é determinado pela intersecção entre retas paralelas e transversais, que formam segmentos proporcionais* (Aluno J).

> *O Teorema de Tales segue a ideia de que, se existem duas retas transversais e estas são cortadas por linhas paralelas, a razão entre quaisquer dos segmentos encontrados em uma das transversais será igual a razão encontrada nos dois segmentos correspondentes de outra transversal* (Aluno L).

Conforme as compreensões apresentadas pelos alunos acerca do Teorema de Tales, constata-se que o objetivo de desenvolvimento da UD foi alcançado, uma vez que houve construção significativa do conhecimento. Sobre a aprendizagem significativa, destaca-se que:

> [...] a aprendizagem significativa tem vantagens notáveis, tanto do ponto de vista do enriquecimento da estrutura cognitiva do aluno como do ponto de vista da lembrança posterior e da utilização para experimentar novas aprendizagens, fatores que a delimitam como sendo a aprendizagem mais adequada para ser promovida entre os alunos. (PELIZZARI *et al.*, 2002, p. 39)

**(iii) Aplicações Cotidianas**

Sobre o Teorema de Tales, Bongiovanni (2007, p. 94) afirma que: "esse teorema que encontra a sua origem na resolução de problemas práticos envolvendo paralelismo e proporcionalidade está no cerne da relação entre o geométrico e o numérico".

Evidencia-se a importância de que os alunos não somente entendam o Teorema, mas que consigam visualizar as aplicações dele no cotidiano, percebendo além do teorema propriamente dito e de sua utilização em exercícios convencionais, mas como utilizá-lo em problemas do dia-a-dia. Detalhes das atividades realizadas com a turma podem ser encontrados no Apêndice A.

Nesse sentido, buscando evidenciar a visão referente a aplicação do teorema por parte dos alunos, destacam-se as seguintes falas:

> *Através desse estudo, concluímos que o Teorema de Tales é uma das mais importantes ferramentas matemáticas, que utiliza as noções de semelhança e proporção tanto na geometria, como na área financeira, na biologia, na medicina e em diversas situações do cotidiano* (Aluno F).

> *O Teorema de Tales tem vários tipos de aplicações no nosso dia-a-dia, que certamente tem muita importância* (Aluno H).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 42) tem-se como uma das finalidades do ensino de Matemática no Ensino Médio que os alunos possam "aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas". Nesse sentido, faz-se importante ao longo do processo de ensino-aprendizagem, que fique claro aos alunos as possíveis aplicações do que está sendo estudado.

A principal ideia associada ao teorema foi a de proporcionalidade e medida, como se pode perceber com as seguintes falas:

> *O teorema de Tales é uma importante ferramenta na medição de proporções, o teorema de Tales é usado para entender melhor a proporcionalidade* (Aluno M).

> *O teorema de Tales é importante por que com eles conseguimos medir coisas altas como por exemplo um edifício, isso facilita muito as nossas vidas* (Aluno R).

Nesse sentido, Pelizzari *et al.* (2002) afirma que o professor é o responsável pela diminuição da distância entre teoria e prática na escola, devendo, ao mesmo tempo, desafiar o aluno e o fazer refletir, de forma que ele consiga compreender e visualizar aplicações cotidianas do que aprende na escola.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do planejamento e da implementação da UD, procurou-se meios de contribuir com a construção de uma aprendizagem significativa por parte dos alunos. A UD foi desenvolvida após o levantamento dos conhecimentos prévios dos alunos, tanto sobre os conceitos matemáticos que seriam abordados como sobre a origem desses conceitos, remetendo à História da Matemática e, no decorrer das aulas buscou-se destacar aplicações cotidianas do Teorema de Tales. Assim, conclui-se que os objetivos do desenvolvimento da UD foram alcançados.

Destaca-se a potencialidade da implementação de UD's balizadas nos Três Momentos Pedagógicos para o desenvolvimento de conteúdos matemáticos, bem como da utilização da História da Matemática e de atividades que valorizem o contexto dos alunos. Pois, essas ações podem colaborar para que sejam alcançados os objetivos de aprendizagem da Matemática no Ensino Médio estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2010).

Enfatiza-se a importância de o professor estar atento às dificuldades dos alunos, pois essas podem remeter às falhas de aprendizagem decorrentes de aprendizagem mecânica de conceitos estudados anteriormente, sinalizando a necessidade de que esses conceitos que não foram aprendidos significativamente devem ser retomados no sentido de colaborar com a construção de conhecimento.

Sinaliza-se a possibilidade de continuidade deste trabalho a partir de revisão bibliográfica de trabalhos publicados em eventos acerca da aplicação de UD's na Educação Básica, tanto na Componente Curricular Matemática como trabalhos com viés interdisciplinar. Acredita-se que tal revisão poderia contribuir por evidenciar resultados obtidos e diferentes estratégias que são utilizadas visando a construção de uma aprendizagem significativa.

Considera-se que o desenvolvimento de atividades como as da UD, descrita neste trabalho, contribui não somente com a construção de conhecimento dos alunos como também se mostra eficiente para a formação didático-pedagógica do professor, entre outros. Essa formação didático-pedagógica é consolidada a partir de reflexão acerca do processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, da reflexão de como contribuir com a construção do conhecimento dos alunos e das diferentes metodologias que podem ser utilizadas visando a promoção de uma aprendizagem significativa.

Por fim, sugere-se que outras UD's sobre conceitos de geometria euclidiana plana e espacial sejam produzidas, implementadas e avaliadas através de pesquisa, tendo em vista sua contribuição para a formação do professor e para a aprendizagem de matemática por estudantes do Ensino Médio.

**Referências:**

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, v. 1, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**, Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2015.

BONGIOVANNI, V. O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 1, p. 94-106, 2007.

BOYER, C. B. **História da Matemática**, trad. Elza F. Gomide (IME/USP), 2. ed. Edgard Blücher Ltda, 1988.

BRITO, A. M. **Os Pré-Socráticos**. Disponível em: <http://www.educacional.com.br/upload/dados/materialapoio/3710007/8200100/Os%20Pré-Socráticos.pdf> . Acesso em: 03 jun. 2015.

BRITO, A. de J.; MENDES, I. A. Apresentação. In: MIGUEL, A. et al. **História da Matemática em Atividades Didáticas**. 2. ed. São Paulo: Editoria Livraria da Física, p. 08-11, 2009.

D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje. **Temas e Debates.** SBEM. Ano II N, v. 2, p. 15-19, 1989.

DELIZOICOV, D. Problemas e problematizações. **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**. Florianópolis: UFSC, 2001.

LOPES, A. C. Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e a submissão ao mundo produtivo: o caso do conceito de contextualização. Educação e Sociedade – **Revista de Ciências da Educação**, Campinas, v. 23, n. 80, p. 386 – 400, setembro 2002.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Coleção Formação de professores. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2008.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação**: Abordagens Qualitativas. São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária – EPU, 1986.

MARQUES, N. L. R. **Teorias de Aprendizagem**. Disponível em: <http://www.nelsonreyes.com.br/TEORIAS%20DE%20APRENDIZAGENS_Nelson.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2015.

MLODINOW, L. **A janela de Euclides**. A história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração Editorial, 2004.

MOL, R. **Introdução à História da Matemática**. Belo Horizonte: CAED – UFMG, 2013.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise Textual Discursiva**. Coleção Educação em Ciências. 2ª. Ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2011.

NUNES, J. M. V. **História da Matemática e aprendizagem significativa da área do círculo**: uma experiência de ensino-aprendizagem. 2007. 109 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2007.

PELIZZARI, A.; KRIEGL, M. de L.; BARON, M. P.; FINCK, N. T. L.; DOROCINSK, S. I. Teoria da aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Revista PEC**, v. 2, n. 1, p. 37-42, 2002.

RIO GRANDE DO SUL. **Proposta Pedagógica para o Ensino Médio Politécnico e Educação Profissional Integrada ao Ensino Médio**. Porto Alegre: Secretaria Estadual de Educação do Rio Grande do Sul, 2011.

SANTOS, M. N. dos. **A história da matemática como desencadeadora de atividades investigatórias sobre o teorema de tales**: análise de uma experiência realizada com uma classe do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG). 2012. 180 f. Dissertação (Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

TEIXEIRA, M. de O. **A Matemática do Corpo Humano**: Relacionando conteúdos de Razão, Proporção e Regra de Três por meio de uma Unidade Didática. 2013. 17 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Ciências Exatas) – Universidade Federal do Pampa, Caçapava do Sul, 2013.

UNIPAMPA. **Projeto Político-Pedagógico do Curso de Ciências Exatas e da Terra – Licenciatura**. Caçapava do Sul, 2013.

## APÊNDICE A

Roteiro das Atividades desenvolvidas na Unidade Didática:

**1. Problematização Inicial (PI)**

1) Para você o que é proporção?
2) Em sua opinião, o que significa semelhança?
3) Como poderia ser medida a altura de uma árvore, de um poste ou até mesmo do prédio da escola, tendo como recursos disponíveis apenas lápis, papel, fita métrica e calculadora, sem que fosse possível escalar tal objeto?

Pode ser realizado um debate sobre as prováveis soluções para a questão proposta. Aqui é necessário despertar nos alunos a curiosidade para obtenção de possíveis respostas.

**2. Organização do Conhecimento (OC):** Nessa etapa serão estudados textos, vídeos, entre outros.

- ✓ Assistir ao vídeo que fala sobre o Teorema de Tales. Link disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=ISt_RsQ2veU
- ✓ Explicar a estratégia desenvolvida por Tales de Mileto para determinar a altura da pirâmide do Egito;
- ✓ Retomar a questão apresentada na PI e perguntar aos alunos sobre o que deve ser feito, dessa vez utilizando o Teorema de Tales de Mileto;
- ✓ Conduzir os alunos ao ar livre para medir a altura de uma árvore no pátio da escola ou um poste; qualquer coisa que não possa ser medido com fita métrica ou trena, para que seja determinada a altura de tal objeto;

Obs: Será interessante que a atividade seja desenvolvida em duplas. Dependendo do objeto escolhido, um dos alunos (entre as duplas) pode servir como estaca para a realização da atividade. Em segundo momento, pode ser feita outra atividade em que as duplas devem medir a altura dos colegas (uns dos outros), utilizando o Teorema de Tales.

**3. Aplicação do Conhecimento (AC)**

O objetivo deste momento é retomar o que já foi visto proporcionando aos alunos aquisição do conhecimento. Além da aplicação sobre a teoria do tema proposto serão desenvolvidas listas de exercícios, dos quais contemplem:

- ✓ Razão e Proporção;
- ✓ Semelhança de triângulos;
- ✓ Teorema de Tales.

Obs: Com base nos estudos sobre Teorema de Tales, pode ser pedido aos alunos que elaborem resumo/resenha sobre as contribuições do Teorema para a Matemática.