Obstáculos Epistemológicos com Números Inteiros Negativos de Estudantes de 7º Ano do Ensino Fundamental

Joana Tatsch da Silva Souza[1], André Martins Alvarenga[2], Daniel da Silva Silveira[3]

[1]Universidade Federal do Pampa/ Campus Caçapava do Sul/ ***joana.tatsch@yahoo.com.br***

[2]Universidade Federal do Pampa/ Campus Caçapava do Sul/ ***andremartinsalvarenga@bol.com.br***

[3]Universidade Federal do Pampa/ Campus Caçapava do Sul/ ***danielsilveira@unipampa.edu.br***

Resumo

Através de experiências vividas com alguns estudantes, que apresentam dificuldades em compreender conceitualmente os números inteiros negativos, surgiu à necessidade de se desenvolver um trabalho com base nos obstáculos epistemológicos encontrados. O questionamento central é em torno do motivo pelo qual alguns estudantes encontram tais dificuldades quando estudam este conteúdo. Por meio de atividades lúdicas, adotada como metodologia de ensino foi investigada se as mesmas auxiliariam a amenizar os obstáculos epistemológicos de estudantes. A pesquisa-ação foi feita com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do município de Caçapava do Sul/Rio Grande do Sul, indicados pela professora de matemática de três turmas diferentes. Após o uso deste tipo de metodologia foi feita uma pesquisa qualitativa, que foi analisada através da Análise Textual Discursiva (ATD), que nos mostrou que as Unidades Didáticas podem ser utilizadas como ferramenta auxiliar no ensino-aprendizagem.

Palavras chave: Obstáculos Epistemológicos; Números Inteiros Negativos; Atividades Lúdicas.

Introdução

No cotidiano de muitas pessoas, os números inteiros estão presentes, como por exemplo, ao usar a ordem bancária com crédito ou débito, quando se assiste na televisão as notícias de baixas temperaturas em determinadas regiões, no saldo de gols dos times de futebol em um campeonato, para situar fusos horários de países, entre outras inúmeras situações. Contudo, se esses números são tão presentes em nossas vidas, por que muitos estudantes têm dificuldade de aprender com eles? Por que o processo de assimilação deste conceito é tão complicado?

Responder tais questões, não é algo fácil. Por isso, é importante realizar uma investigação nas aulas de Matemática quando o mote são os números inteiros negativos, bem como verificar se os exemplos citados nas aulas relacionadas aos números inteiros, realmente estão presentes no cotidiano dos estudantes.

É preciso trabalhar com o contexto dos estudantes. Citar temperaturas negativas em uma região onde é muito quente, por exemplo, pois os estudantes que vivem numa região quente não vivenciaram situações de frio intenso, logo, o conceito de sensação térmica em baixas temperaturas não é significativo para eles. Além disso, é importante informar ao estudante que os números inteiros negativos são opostos aos números positivos e que a adição entre eles resulta em zero. Segundo Karson apud Pommer.

> (...) palavra ‘negativo’ tem o significado de negação; isto quer dizer que se trata de ‘não-número’, e esta expressão é a mais adequada para mostrar as dificuldade que se opunham ao espírito humano na conquista de novos domínios no reino dos números . (POMMER ,2010, p.1 apud KARSON,1961, p.42).

A utilização de procedimentos errados do ponto de vista matemático, por parte dos estudantes, nestas operações, é decorrente de obstáculos epistemológicos. Nesse sentido, compreendem-se os obstáculos epistemológicos, como algo que faz parte do próprio conhecimento e que, segundo Schubring (1998, p. 18), “residem na natureza do conhecimento matemático, razão pela qual não podem ser evitados, já que são constitutivos dos respectivos conhecimentos e identificados na história dos conceitos”. Nesse sentido, o processo de construção do conceito de número inteiro encontra inúmeras dificuldades.

> Obstáculos epistemológicos são hábitos incrustados no conhecimento não questionado, que invariavelmente bloqueiam o processo de construção do novo conhecimento. Cabe aos educadores estarem atentos a estes entraves na aprendizagem, para que não estejam presentes no seu modo de ensinar, tanto em sala de aula, quanto nos materiais didáticos utilizados. (BACHELARD, 1947, p.329)

Com base nos estudos de Nascimento (2002) e Pommer (2010), tais dificuldades são comuns em estudantes de diferentes regiões. Esses obstáculos epistemológicos surgem justamente quando aos estudantes são apresentados os números inteiros negativos. De acordo com Nascimento (2002), na 6ª série do Ensino Fundamental, quando se introduz o conceito de número negativo na escola, os professores percebem que os estudantes demonstram dificuldades em operar com a adição e a subtração. Essas dificuldades podem ser identificadas em situações como admitir números menores que zero, o valor zero não como ausência, mas, como resultado da operação de dois números opostos, dentre outras.

A fim de investigar os obstáculos epistemológicos dos estudantes do Ensino Fundamental em relação ao estudo dos números inteiros negativos levantamos a seguinte questão: Será que a utilização de atividades lúdicas como metodologia de ensino contribuirá na aprendizagem significativa dos estudantes?

O principal objetivo desta pesquisa foi investigar como o uso destas atividades, envolvendo os Números Inteiros Negativos, pode colaborar no aprendizado dos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual, do município de Caçapava do Sul. Desta forma, pretendeu-se identificar a pertinência da utilização desta metodologia de ensino na aprendizagem deste conteúdo e verificar se a partir da utilização da mesma os estudantes se motivarão no estudo abordado.

Contexto Histórico e Origem dos Números Inteiros Negativos

Segundo Ifrah (1985), a invenção dos números deve ter correspondido à preocupação de ordem prática e utilitária, já que, nem sempre os números, estiveram presentes no cotidiano das civilizações. As civilizações muito antigas, como os egípcios, babilônios e sumérios, que criavam animais como carneiros e cabras, ao guardarem estes rebanhos necessitavam ter certeza de que quando retornassem do pasto seus animais estavam no curral. Estes povos criavam situações curiosas para realizar a contagem, como por exemplo, relacionar estes rebanhos com pedras, onde cada pedra representava um animal. Quando o rebanho era recolhido eles faziam a relação inversa, se sobrasse alguma pedra, estava faltando algum animal. De forma análoga, pessoas que estocavam ferramentas, armas ou reservas de alimentos precisavam saber se seus estoques não diminuíam quando não estavam presentes, ou seja, se não havia furtos. Outro exemplo é o de pessoas que praticavam uma economia de troca, os quais deviam estar aptos a "avaliar" para poder trocar uma mercadoria por outra. Estas necessidades deram origem à invenção dos números.

A fim de cooperar com a necessidade da humanidade, houve a evolução dos números, pois o homem buscava algo mais sólido para representar suas situações. Assim, surgiram os números naturais (N), os quais revolucionaram o método de contagem, relacionando símbolos a quantidades. Quando estes números não contemplavam todas as necessidades, os números inteiros negativos passaram a existir, complementando o que faltava no conjunto dos números naturais (Z).

Na época do Renascimento (fim do século XIII e meados do século XVII), período da história da Europa, os matemáticos sentiram cada vez mais necessidade de um tipo de número, que pudesse ser a solução de equações simples como:

$$x + 4 = 0, \qquad 2x + 12 = 0, \qquad 8y + 8 = 0$$

As Ciências precisavam de símbolos para representar temperaturas acima e abaixo de 0º C, por exemplo. Além disso, os astrônomos e físicos procuravam uma linguagem matemática para expressar a atração entre dois corpos.

Os matemáticos, então encontraram a melhor notação para expressar esse novo tipo de número. Os sinais tiveram ascendência através de ideias de comerciantes da época. Nessa perspectiva, suponha-se que um desses comerciantes tivesse em seu armazém duas sacas de feijão com 15kg cada. Se esse mercador vendesse num dia 10kg de feijão, ele escrevia o número 10 com um traço (análogo ao atual sinal de subtração), na frente para não se esquecer de que no saco faltavam 10kg do grão. Entretanto, se o comerciante resolvesse entornar no outro saco os 5kg que restaram escrevia o número 5 com dois traços cruzados (análogo ao atual sinal de soma) na frente para se advertir de que o saco havia 5kg do grão a mais que a quantidade inicial.

Com base nesta nova matemática, os matemáticos poderiam, não somente indicar as quantidades, mas também representar o ganho ou a perda, através de números, com sinal positivo ou negativo. Desta forma surgiram os números inteiros.

Os primeiros números inteiros a serem trabalhados pela humanidade, obviamente, foram os positivos. Seu desígnio era contar objetos, animais, elementos do contexto histórico no qual se encontravam. O conjunto dos números inteiros positivos recebe o nome de conjunto dos números naturais, sendo eles:

$$N = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 \ldots\}$$

Enquanto que o conjunto dos números inteiros contempla também os números inteiros negativos, constituindo o seguinte conjunto:

$$Z = \{\ldots, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, +7, \ldots\}$$

Segundo Dummit e Foote (1998), o símbolo dos inteiros, representado pela letra Z vem da palavra em alemão "Zahl". Que segundo o dicionário alemão Wahrig significa "número".

Obstáculos Epistemológicos

Segundo Pommer (2010), o estudo do conhecimento de obstáculo espistemológicos foi primeiro investigado por Gaston Bachelard no qual construiu a própria noção de obstáculo e introduziu esta discussão em “A Formação do Espírito Científico” (BACHELARD, 1985); tal ideia foi posteriormente, incluída na didática da Matemática por Guy Brousseau, no 28º encontro CIEAEM - LovainlaNeuve (BROUSSEAU, 1976) sendo denominada de obstáculos.

Neste estudo, compreendem-se os obstáculos epistemológicos, como algo que faz parte do próprio conhecimento e que, segundo Schubring (1998, p. 18), “residem na natureza do conhecimento matemático, razão pela qual não podem ser evitados, já que são constitutivos dos respectivos conhecimentos e identificados na história dos conceitos”. Nesse sentido, o processo de construção do conceito de número inteiro encontra inúmeras dificuldades.

Os obstáculos epistemológicos existem e sua identificação é importante, pois muitas vezes, impede o aluno de progredir, caso essa identificação não aconteça. Deve-se levar em consideração que o conhecimento não é algo pronto e que não está imune a erros. Por isso também se faz necessário que o educador tenha uma sólida base de habilidades e conhecimentos sobre os números inteiros, desde sua origem até as aplicações atuais, para que não haja dificuldades ao ensiná-lo.

> Um obstáculo de origem epistemológica é verdadeiramente constitutivo do conhecimento, é aquele do qual não se pode escapar e que se pode, em princípio, encontrar na história do conceito. [...] pode-se pesquisar os obstáculos epistemológicos com base em uma análise histórica ou em dificuldades resistentes entre os alunos, procurando a confrontação com o desenvolvimento histórico. (MACHADO, 2010, p. 123)

Alguns autores como Glaeser (1981) e Radford (1997) analisaram os obstáculos existentes no estudo dos números negativos. Segundo Machado (2010) e Glaeser (1981) comentam que a construção dos números negativos foi de uma lentidão surpreendente, mas que esse fenômeno parece ter escapado à análise de muitos historiadores, os educadores davam pouca atenção para as dificuldades existentes na aprendizagem da regra de sinais.

Na concepção de Radford (1997) as dificuldades apresentadas na aprendizagem dos negativos são mais um problema cultural que constitutivo do próprio conhecimento.

> [...] para Radfort, a dificuldade que os números positivos colocam no aparecimento dos números negativos não é um problema intrínseco do conhecimento, depende de características locais, das ideias culturais sobre ciência, da matemática, seus objetos e métodos. (MACHADO, 2010, p. 135)

Já para Pommer (2010), uma das limitações da aprendizagem dos números inteiros é a falsa concepção de crer que as operações adição/multiplicação são consideradas como aumento, bem como as operações de subtração/divisão é erroneamente visto como diminuição. No entanto, esta última nem sempre ocorre.

> Um possível caminho para superar tais obstáculos é a via semântica, considerando-se contextos nas diversas formas de expressão matemática: textual, aritmética, algébrica, gráfica e computacional, articulados com a manipulação sintática. A composição deste par semântico/sintático viabiliza a utilização de diversas formas de expressão, na linguagem da disciplina, associada ao par concreto/abstrato. (POMMER, 2010, p.2)

Dispositivos como a reta numérica, auxiliam na compreensão e visualização dos números inteiros, por ser uma reta que tem como origem o zero, localizado no centro da mesma, na sua esquerda os números negativos e a sua direita os positivos. Este dispositivo também auxilia na compreensão dos números opostos/simétricos.

O Desenvolvimento Cognitivo do Aluno em Relação aos Números

Segundo Kamii (1982), Piaget estabeleceu três tipos de conhecimento: conhecimento físico, conhecimento lógico-matemático e conhecimento social (convencional).

> O conhecimento físico é o conhecimento dos objetos da realidade externa, é obtido através do toque, da observação, da manipulação de objetos. Nessa fase a criança percebe que a cor e o peso dos objetos são diferentes. O conhecimento lógico-matemático é o conhecimento da organização. Geralmente este conhecimento precisa de conhecimentos físicos e sociais para ocorrer. É quando a criança vê dois objetos e decide qual é o maior. Já o conhecimento social depende da influência de outras pessoas com a criança. Trata-se de uma combinação de um grupo social e varia de grupo para grupo. É importante salientar que estes conhecimentos são construídos na infância, ou seja, na educação infantil, onde a criança esta conhecendo os objetos e fazendo comparações, conforme cor, peso e tamanho.(KAMII, 1982)

Na fase escolar, do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental ensinam-se os números naturais. Segundo Nascimento (2004), até o 6º ano, os alunos devem compreender operações do tipo: “$a + b =$” e “$a - b =$”, com $a > 0$ e $a > b$. É no 7º ano que aparecem os números inteiros negativos e as operações de adição e subtração sofrem modificações.

As mesmas dúvidas que aparecem hoje no contato com os números inteiros, já instigavam questionamentos de célebres matemáticos como Euler, Laplace, Cauchy, Mac Laurin e Carnot.

O conceito de números inteiros, pelo ponto de vista matemático, é uma ampliação dos naturais, o que justifica as dificuldades encontradas na construção deste conceito. É difícil aceitar que o produto de –a por –b é igual ao de a por b.

Segundo Nascimento (2002), na 6ª série do Ensino Fundamental, hoje o sétimo ano, é o período em que os professores começam a perceber que os estudantes não realizam de forma correta operações de adição e de subtração, porque têm que aceitar algo menor que zero, além disto, os estudantes têm que aceitar a representação (-16), por exemplo, realizar operações do tipo $4 - 9 =$, aceitar que -3 é maior que -6, realizar operações do tipo $4 - (-7) =$, onde o sinal negativo é exibido com dois significados, de subtração e de indicação de números negativos. O valor zero nesta fase tem que ser identificado não como ausência, mas, como resultado de operações de dois valores opostos.

Procedimentos Metodológicos

Serão apresentadas as metodologias utilizadas para investigar os obstáculos epistemológicos em relação ao estudo dos números inteiros negativos. O trabalho teve início com a utilização de atividades lúdicas e de entrevistas com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental. Através destas atividades foi possível produzir os dados, que foram analisados através da Análise Textual Discursiva (ATD), que de acordo com Moraes e Galiazzi (2006) é uma abordagem de análise de dados que transita entre duas formas consagradas de análise na pesquisa qualitativa que são a análise de conteúdo e a análise de discurso.

Produção de Dados

Inicialmente foi realizada uma pesquisa-ação com estudantes de 11 a 15 anos, que estavam cursando o 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do município de Caçapava do Sul. Os estudantes indicados foram aqueles que demonstraram a sua professora alguma dificuldade em relação às operações com números inteiros negativos.

Segundo Thiollent (2008), a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema, no qual os indivíduos estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

O primeiro passo na escola foi ter uma conversa com a professora das turmas de 7º ano, a qual se interessou pelo trabalho e indicou oito estudantes de três turmas distintas da escola. A partir daí, ocorreram os quatro encontros com os estudantes envolvidos na pesquisa.

No primeiro encontro, foi aplicado com eles algumas perguntas e exercícios sobre os números inteiros negativos, a fim de confirmar que os obstáculos epistemológicos estavam presentes. Através destas perguntas foi constatada que as dificuldades eram relacionadas às operações com soma e subtração. As operações de multiplicação e divisão os estudantes resolvem de forma mecanizada, por conta das regras de sinais para tais operações.

A partir disto, foram elaboradas duas atividades lúdicas diferentes: a Régua de Cálculo e um Jogo de Tabuleiro, as quais foram aplicadas em dois encontros diferentes.

Na primeira atividade aplicado com os estudantes, cada um recebeu uma Régua de Cálculo, construída em cartolina colorida. Cada régua possuía dois retângulos de cores diferentes que iam de -9 à +9 e se moviam para a direita ou para a esquerda, permitindo resolver operações de soma e de subtração. A ideia desta atividade foi retirada do site Revista Escola e sua ilustração segue conforme imagem I.

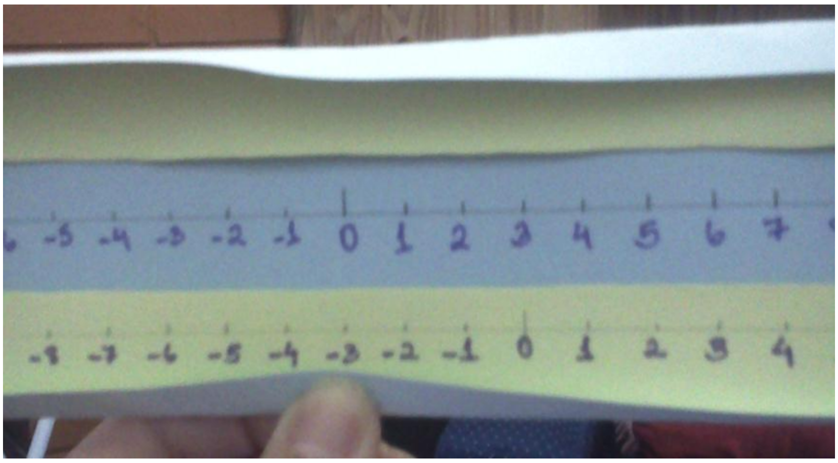

Imagem I: Régua de Cálculo distribuída para os estudantes**.**

Já a segunda atividade foi um jogo de tabuleiro, o qual continha cartas coloridas com distintas perguntas relacionando operações com números inteiros negativos, catalogadas com o quotidiano dos estudantes e dois dados, sendo um com números inteiros positivos e outro com números inteiros negativos. Cada "jogador" arremessava os dois dados, um de cada vez, e andava o número de casas que saísse da operação entre ambos, por exemplo, quando um estudante tirasse em um dado o número 5 e em outro o -6, ele andava 5 casas para frente e 6 casas para trás, ou simplesmente 1 casa para trás, pois o resultado dessa operação é -1. Na casa que o jogador parava, tinha uma atividade para fazer. Ninguém conseguiu chegar ao fim do tabuleiro, porque simplesmente o dado com números negativos impedia que os estudantes andassem sempre para frente, o critério para se vencer o jogo foi a participação ao responder as questões distribuídas nas cartas, considerando a quantidade de acertos. O jogo é ilustrado conforme imagem II.

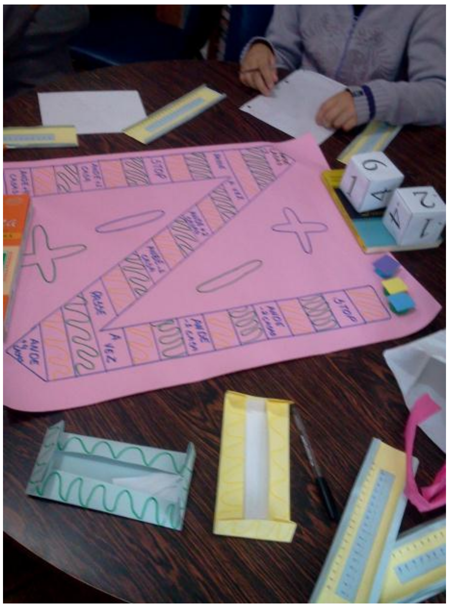

Imagem II: Jogo de Tabuleiro.

Durante a aplicação das atividades, foram registradas em um diário de bordo, informações pertinentes que emergiram dessas atividades, que por sua vez foi de suma importância para auxiliar na análise dos resquícios coletados por meio das entrevistas.

Para compreender o problema em questão, os sujeitos desta pesquisa foram entrevistados, após os encontros. A tabela 1 apresenta as idades dos oitos alunos.

Aluno	Idade
A	12
B	11
C	12
D	12
E	12
F	15
G	13
H	12

Tabela 1: Identificação e idade de cada aluno.

O registro foi feito através de gravações que posteriormente foram transcritas e analisadas. A seguir, seguem as cinco perguntas feitas para a análise qualitativa.

- *Você se motivou com as atividades? Por quê?*
- *Percebeu um avanço no seu conhecimento? Por quê?*
- *Melhorou sua concepção sobre os números inteiros negativos? Por quê?*
- *Melhoraria a sua motivação nas aulas de matemática se o professor usasse esse tipo de atividade? Explique.*
- *Conseguiu assimilar o conteúdo com o teu dia-a-dia? Dê um exemplo de onde aparecem esses números negativos.*

Análise dos Dados

A metodologia escolhida para analisar os dados foi a Análise Textual Discursiva (ATD), idealizada por Moraes e Galiazzi (2011), a qual compreende uma metodologia de análise de dados qualitativos, produzindo novas compreensões sobre discursos. Essa análise passa entre duas formas aplicadas de análise qualitativa, que são a análise de conteúdo e a análise de discurso.

Para iniciar qualquer análise através da ATD, necessita-se conhecer e sintetizar algumas etapas importantes, a desmontagem de textos, conhecido como unitarização, o processo de categorização e, por fim, a comunicação que se dá por meio do metatexto.

Segundo Moraes e Galiazzi (2011) ao iniciar uma discussão de análise qualitativa, precisa-se estabelecer a relação entre leitura e interpretação. O pesquisador deve atribuir ao material analisado significados a partir de seus conhecimentos, intenções e teorias. O conjunto de documentos denomina-se "*corpus*" e sua matéria-prima, é constituída essencialmente de produções textuais.

O primeiro elemento do ciclo de análise é a desmontagem dos textos, ou seja, a unitarização do "*corpus*". O significado dessa desintegração dos textos é colocar o foco nos detalhes e nas partes componentes dos textos.

Nessa pesquisa o processo de unitarização se deu através das pesquisas realizadas com os estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, e para isso foi necessário a leitura e a interpretação dos dados coletados. Para que houvesse melhor organização do material de pesquisa, nessa etapa fez-se necessária a codificação dos sujeitos, os quais foram identificados com letras do alfabeto da língua portuguesa. Desta forma, o leitor poderá identificar as distintas falas mantendo o anonimato do entrevistado.

Em seguida, surgem as unidades de análise, que podem ser chamadas de unidades de significado ou de sentido. O processo de construção dessas unidades é um momento de contato com o "corpus", que no caso desta pesquisa foi o material coletado na entrevista. Este momento é importante para o surgimento de novas interpretações. Após a interpretação dos dados de análise e através da unitarização, surgiram cinco unidades de sentido, denominadas: lúdico, metodologia, aprendizagem, conceito e abstração.

O segundo momento do ciclo de análise consiste na categorização das unidades de análise, este é o aspecto central da ATD. Que conforme Moraes e Galiazzi (2011) afirmam, é o processo essencial de auto-organização. A categorização une informações parecidas, as nomeando e definindo como categorias. Nesse processo podem ser construídos diferentes níveis de categorias, que implicam em teorias que classificam os materiais textuais.

Neste momento, surgiram nesta pesquisa, duas categorias distintas a partir da aglutinação das unidades de sentido que se mantinham relacionadas pelos discursos dos sujeitos: a aprendizagem conceitual e a ludicidade como ferramenta metodológica. Ambas foram transformadas em textos. Este então é o terceiro momento, o da comunicação, que surge através da construção de metatextos[2]. Os quais expressam os sentidos lidos em um conjunto de textos.

A tabela 2 mostra a esquematização das etapas de análise, por meio da Análise Textual Discursiva.

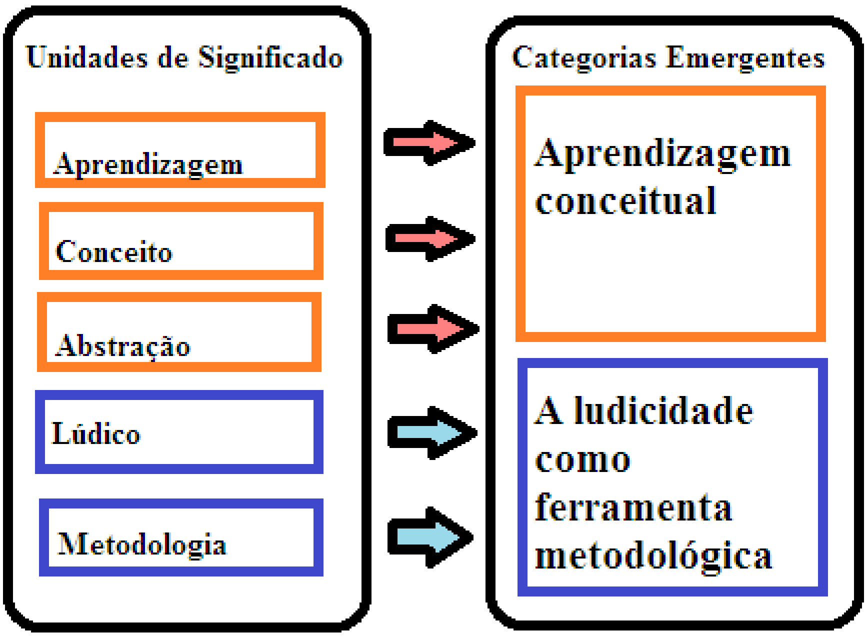

Tabela 2: Esquema mostrando as unidades de significado interligadas as suas categorias.

[2] Os metatextos são constituídos de descrição e interpretação, representando o conjunto um modo de teorização sobre os fenômenos investigados. (MORAES e GALIAZZI, 2011)

Essas categorias serão discutidas em dois metatextos que serão apresentadas a seguir, a fim de explicar o fenômeno investigado.

Aprendizagem Conceitual

Quando se estuda a aprendizagem conceitual se faz necessário inicialmente questionar-se o que significa conceito. De acordo com o dicionário Aurélio (2004), conceito significa definição, concepção, caracterização. É a formulação de uma ideia por meio de palavras. Ou ainda, conceito é aquilo que se concebe no pensamento sobre algo ou alguém. É a forma de pensar sobre algo.

No presente trabalho, será discutido o conceito de Números Inteiros Negativos para estudantes de 7º ano do Ensino Fundamental, os quais foram relacionados com o cotidiano dos mesmos.

Segundo Cascone e Sforni (2009), as crianças têm acesso muito fácil aos conhecimentos cotidianos e o seu ingresso na escola não significa que deixarão de tê-los pelo fato de elas passarem a interagir com os conceitos científicos.

> Aprendizagem e desenvolvimento estão interligados desde os primeiros dias de vida da criança. Nessa interação, a criança aprende conceitos antes mesmo de seu ingresso na instituição escolar. Esses conceitos são denominados de espontâneos ou cotidianos, pois foram aprendidos em situações práticas não organizadas especificamente para essa finalidade, ou seja, os conceitos não são apresentados á criança de forma sistemática. A ausência de sistematização não significa, porém, que a criança apropriou-se desses conteúdos sozinha, a sua aprendizagem foi medida pelo adulto, mas de maneira informal. (Vygotsky, 2001, apud, CASCONE e SFORNI, 2009, p.3)

O contato com os conceitos científicos não extingue os conceitos cotidianos. O educador tem a responsabilidade de auxiliar a interligar estes dois tipos de conhecimento, porém Galuch e Sfoni (2009), através de estudos em cima de obras de Vygotsky mostram que:

> Vygotsky alerta para o fato de que os dois tipos de conceitos tem características diferentes e que não há como se apropriar de conceitos científicos seguindo os mesmos procedimentos com que se aprende os conceitos cotidianos. Isso significa que a tentativa de se promover uma "aprendizagem natural", inserindo o estudante em situações de uso do conhecimento, pode não ser tão favorável à aprendizagem conceitual, como, muitas vezes, pensamos. É preciso que o conceito esteja explícito, para que possa ser conscientizado pelos alunos na condição de um instrumento de generalização. (p. 117)

Nessa perspectiva, entende-se que o docente deve encaminhar o estudante a situações claras que o levem a fazer associações do conhecimento espontâneo com o conhecimento científico.

> [...] o conceito espontâneo da criança se desenvolve de baixo para cima, das propriedades mais elementares e inferiores às superiores, ao passo que os conceitos científicos se desenvolvem de cima para baixo, das propriedades mais complexas para as mais elementares e inferiores. (VYGOTSKY, 2001, p. 348)

O professor deve estar atento ao que o estudante está na fase de aprender. Segundo Ogasawara (2009), as boas atividades de aprendizagem são sempre as que trabalham com os aprendizados ainda não totalmente conquistados pelos alunos.

Nas falas dos alunos C, D e E, ao serem questionados se havia melhorado as suas concepções sobre os números inteiros negativos, pode-se observar que através das atividades, ambos demonstraram ter assimilado com maior clareza o conteúdo trabalhado.

> *Melhorou. Vou lembrar da "régua" quando estudar, porque ficou mais fácil de ver os números negativos, ver qual é o maior e o menor.* (Aluno C)
>
> *BEM mais, eu não sabia nada, trocava tudo. Eu achei legal quando andava para trás no jogo quando caia "o menos" no dado*. (Aluno D)
>
> *Melhorei, a régua e o joguinho ajudaram, eu gostei da régua, aprendi a usar. Tomara que a "sora" deixe usar.* (Aluno E)

Espera-se que esses estudantes tenham conquistado um novo aprendizado do conteúdo de Números Inteiros Negativos e que tenham sido obtidos bons resultados, já que a transmissão desse conceito se fez de forma diferenciada como foi relatado pelos entrevistados.

> O ensino que tenha como foco uma transmissão direta de conceitos é ineficiente. Para ele, o professor que baseia seu trabalho nessa passagem direta não conseguirá obter bons resultados, o máximo que irá conseguir são alunos que repetem o que foi aprendido sem que haja uma internalização do conceito utilizado, o que acaba por ser um aprendizado totalmente vazio e sem significado para a vida do sujeito. (VYGOTSKY, 1998, apud, OGASAWARA, 2009)

Nesse caso, o educador auxilia na formação de conceitos, levando o estudante ao caminho do objeto. Nesse âmbito, atividades lúdicas podem contribuir para o desenvolvimento de competências e habilidades, tornando-as uma forma de aprendizagem.

Ao questionar os alunos se haviam assimilado o conteúdo, relacionando com o dia-a-dia deles e pedir um exemplo de onde o conceito de Números Inteiro Negativos aparece, eles demonstraram ter conseguido identificar, citando diferentes exemplos, como segue em algumas falas.

> *Sim, em "várias coisas", no dinheiro, quando a gente "deve" para alguém*. (Aluno A)
>
> *Sim, no futebol mesmo, nunca tinha me "ligado" que tinha número negativo na "conta" dos gols*. (Aluno B)
>
> *Sim, a gente vê essas coisas na TV mesmo, quando nevou a temperatura estava baixa né professora?* (Aluno C)

Porém um aluno mostrou não ter conseguido assimilar com o seu cotidiano, como mostra na fala abaixo.

> *Não consegui*. (Aluno G)

Neste caso foi notado que este aluno sentia-se inseguro e criticado pelos demais colegas, o mesmo também se intitulava com pouca inteligência. Então, estas atividades não conseguiram o estimular, nem fazer com que assimilasse o conteúdo com o seu cotidiano.

> É difícil num trabalho escolar, desenvolver a matemática de forma rica para todos os alunos se enfatizarmos apenas uma linha metodológica única. A melhoria do ensino de matemática envolve, assim, um processo de diversificação metodológica, porém, tendo uma coerência no que se refere à fundamentação psicológica das diversas linhas abordadas. (D'AMBROSIO, 1989, p. 19).

Ao perguntar se o estudante percebeu um avanço no seu conhecimento, obteve-se a seguinte resposta, conforme segue nas falas a seguir.

> *Avancei, aprendi umas "coisas" diferentes que na aula não vi ou não prestei a atenção*. (Aluno B)

Nessa fala, o estudante mostra que quando colocado numa situação especial, o aluno pode aprender. O jogo e a Régua de Cálculo tornaram-se ferramentas educativas e provocaram uma aprendizagem significativa. De acordo com Yamazaki (2008), aprendizagem significativa, é um processo por meio do qual uma nova informação é acoplada a uma estrutura cognitiva particular e específica. Ou seja, novos conhecimentos que se adquirem relacionando-se com o conhecimento que o aluno já possuía antes das atividades.

A Ludicidade como ferramenta metodológica

As atividades lúdicas serviram como ferramenta metodológica, quando se pensou em suavizar os obstáculos epistemológicos de estudantes, em relação aos Números Inteiros Negativos. Segundo Sant'anna e Nascimento (2011), a utilização do lúdico no ensino da matemática deve ser explorado no sentido do prazer, do novo, ativo, pensante, questionador e reflexivo no processo de aprendizagem.

Nas falas dos estudantes A e C, ao serem questionados se as intervenções os motivaram, pode-se observar que eles trataram as atividades lúdicas como algo diferente e novo. Essas atividades saíram da rotina deles, isso foi registrado não só nessas falas, mas também em conversas informais com a professora de matemática da turma.

> *Sim, foi bem legal o "joguinho", são coisas novas, me ensinou mais.* (Aluno A)
>
> *Acho que sim, é uma forma diferente de aprender, prende a nossa atenção.* (Aluno C)

Nota-se que atividades lúdicas como as aplicadas na pesquisa foram tratadas como algo pouco conhecido pelos estudantes, que também a trataram como um brinquedo, como se pode analisar por meio da fala do estudante H, quando lhe foi perguntado se havia melhorado a sua concepção sobre os números inteiros negativos:

> *Melhorou. Eu não gostei dessa "matéria", mas agora acho que vou gostar mais, vou lembrar da brincadeira que a senhora fez.* (Aluno H)

Jogos podem ser tratados como brinquedo e utilizados na atividade docente, desde que seu intuito seja levado a sério e possua alguma intencionalidade pedagógica. Para Almeida e Shigunov (2000), o jogo é uma brincadeira que envolve certas regras, estipuladas pelos próprios participantes. O brinquedo é identificado como objeto de brincadeira. Já para Shoreder e Pruner (2010), brinquedos não deveriam ser explorados apenas com o objetivo de lazer, mas como elemento enriquecedor da aprendizagem. Através de jogos e das brincadeiras, o aluno encontra apoio para superar suas dificuldades de aprendizagem.

Sant'anna e Nascimento (2011) defendem que o professor deve escolher uma metodologia de trabalho que permita a exploração do potencial da atividade lúdica no desenvolvimento das habilidades, e a ainda salienta que:

> O professor ao se apropriar do lúdico para o uso no ensino da matemática já ultrapassa a barreira da predisposição, pois a metodologia utilizada está em conformidade com sua vontade, aprendendo a ensinar de maneira diferenciada, deixando de lado o ensino mecanizado, sem significado, optando por um ensino, mais contextualizado, significativo de aprendizagem seja desencadeado. (SANT'ANNA e NASCIMENTO, 2011, p.32).

Ao serem perguntados se melhoraria a motivação dos estudantes nas aulas de matemática se o professor usasse esse tipo de atividades, o aluno A, F e H, responderam conforme segue nas falas abaixo:

> *A aula ficaria bem melhor e mais fácil, não íamos esquecer das "matérias".* (Aluno A)
>
> *Sim, ia ficar mais legal, porque conteúdo no quadro é muito chato.* (Aluno F)
>
> *A aula ia ficar melhor, de vez em quando ia ser divertida, uma forma diferente de aprender o que é difícil.* (Aluno H)

Quando o aluno F relata que conteúdo no quadro é muito chato, deixa claro que este está carente de metodologia que chame mais a sua atenção e acentue sua curiosidade e criatividade. Além de, necessitar de uma aprendizagem que deixe de ser tão mecânica e abstrata. Para Braaten (2012) aprendizagem mecânica ocorre quando há incorporação de um conhecimento novo de forma arbitrária, onde o aluno aprende exatamente como foi falado ou escrito, sem margem para uma interpretação própria.

> A verdadeira educação é uma ação enriquecedora para todos os que com ela se envolvem, e sugere que em vez de despejarmos conteúdos desvinculados da realidade nas cabeças dos alunos, devemos aprender com eles, reconhecer seus saberes, e juntos buscarmos novos conhecimentos. E mais, entender as etnomatemáticas dos alunos, aliando-as às nossas, temperadas com as acadêmicas. Assim poderemos gerar momentos felizes e criativos em sala de aula. (D'AMBROSIO, 1994 apud ALVES, 2007, p.23).

Nas demais falas que seguem, aparentemente demonstram que os estudantes envolvidos na pesquisa gostariam de atividades lúdicas como ferramenta auxiliar no seu processo de ensino-aprendizagem, lembrando que as mesmas não são a única alternativa para a melhoria deste processo.

> As atividades lúdicas podem contribuir de forma significativa para o desenvolvimento da criança, auxiliando não só na aprendizagem, mas também no desenvolvimento social, pessoal e cultural, facilitando o processo de socialização, comunicação, expressão e construção de pensamento. (SHOREDER e PRUNER, 2010, p.112).

As atividades lúdicas devem servir como aliadas importantes dos educadores que buscam melhorias dos resultados na aprendizagem, podendo contribuir de forma positiva para o desenvolvimento dos alunos. Devem servir também como uma forma de organizar conteúdos e atividades.

Considerações Finais

Para realizar esta pesquisa, as experiências vividas durante a formação inicial, a participação no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) e em aulas particulares de matemática, foram fundamentais para perceber que os obstáculos epistemológicos de estudante do 7º Ano do Ensino Fundamental com Números Inteiros Negativos ocorrem frequentemente e preocupam educadores. A constatação principal de que esses obstáculos existem, se deu através do contato com os alunos que participaram da pesquisa-ação, os quais demonstraram uma grande dificuldade em resolver situações problemas envolvendo o conceito de número inteiro negativo. Essa verificação foi feita através dos exercícios entregues a eles no primeiro encontro.

Ao ensinar os números negativos, se faz necessário ter muito cuidado e atenção, pois conforme já discutido, esta é uma fase da educação em que os conceitos mudam. Anterior a esta etapa podia-se calcular operações algébricas até mesmo com a ajuda dos dedos, porém, a partir do momento em que este conteúdo é apresentado, a aprendizagem se torna mais complexa. Não há, por exemplo, a possibilidade de termos -16 alunos em uma sala de aula ou -500 g de tomate no supermercado. Por sua vez, ao analisar a realidade dos estudantes, é possível perceber que esses números estão presentes e desta forma devem ser contextualizados e exemplificados.

Pensando nisso, que surgiram as reflexões a respeito da utilização de atividades lúdicas como ferramenta metodológica, a fim de auxiliar no ensino-aprendizagem dos Números Inteiros Negativos.

A revisão de estudos sobre a aprendizagem conceitual e a ludicidade como ferramenta metodológica mostrou que através das atividades lúdicas é possível ampliar a assimilação dos Números Inteiros Negativos por parte dos alunos, assim como pode auxiliar na identificação deste conteúdo matemático no dia-a-dia dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.

Mediante análise dos depoimentos dos estudantes indicados pela professora regente da turma escolhida, observou-se que as atividades foram tratadas como algo novo, diferente e até mesmo como brincadeira, justamente por essa metodologia ser pouco conhecida por eles. Pode-se perceber que esta foi uma proposta diferenciada, por ter saído da rotina escolar dos alunos envolvidos na pesquisa.

O uso das atividades lúdicas respeitou a fase de aprendizagem dos estudantes. Elas geraram situações que ajudaram nas assimilações do conhecimento espontâneo com o científico. Trouxeram clareza ao conteúdo dos Números Inteiros Negativos.

Ao manipular a Régua de Cálculo os estudantes puderam enxergar componentes do cálculo de forma concreta e prática, pois ao movimentar as lâminas, eles compreendem com mais clareza os passos das operações. Esse dispositivo pode ser utilizado nas aulas inicias, quando o conjunto dos números inteiros é introduzido. O jogo de tabuleiro possibilitou aos estudantes uma melhor compreensão do conteúdo trabalhado, o qual ainda parecia muito abstrato a eles.

Nesse sentido, este tipo de metodologia pode aumentar a motivação e o interesse nas aulas de Matemática, trazendo atividades lúdicas que aproximam a teoria com a prática, por conter exemplos relacionados ao dia-a-dia dos estudantes. Além disso, estimulam no trabalho em grupo e aguçam a curiosidade e criatividade dos discentes, aproximando também professores e alunos.

As atividades lúdicas não substituem o conteúdo no quadro, mas serve como aliada na aprendizagem, contemplando o uso do quadro. Os materiais lúdicos presentes na mesma são ingredientes motivadores nas aulas, desde que sejam bem planejados e organizados. Desta forma, é recomendado que educadores façam uso deste tipo de metodologia. Mas vale salientar que não existe um único caminho para o ensino de matemática e é fundamental que os professores conheçam outras estratégias de ensino.

O importante é que cada educador saiba reconhecer que estudantes apresentam dificuldades com os números inteiros negativos, e assim possam ajudá-los a superar os obstáculos no processo de construção da aprendizagem.

Referenciais Teóricos

ALMEIDA, Ana e SHIGUNOV, Viktor. A atividade lúdica infantil e suas possibilidades. **Revista de Educação Física/UEM**, v.11, n.1, p.69-76, 2000. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 26 jan. 2014.

ALVES, Eva. **A ludicidade e o ensino de matemática**, 4. ed. Campinas SP: Papirus, 2007.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**, tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1947.

BACHELARD, Gaston. **Lautréamont**. México: FCE, 1985.

BRAATEN, Per. Aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa de ensino-aprendizagem de química. **Revista eixo**, v.1, n.1, p. 63-69. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 15 fev. 2014.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROUSSEAU, G. **Les obstacles épistemologiques et les problémes em mathématiques,** 1976.

CASCONE, Odete e SFORNI, Marta. **Organização do ensino e aprendizagem conceitual: possibilidades formativas no livro didático**. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 11 jan. 2014.

COLL, César e outros. **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Ática, 2006.

D’AMBROSIO, Beatriz. **Como ensinar matemática** hoje? Temas e debates. SBEM. Ano II, n.2, Brasília.1989. p.15-19. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 12 fev. 2014.

DUMMIT, D.S. e FOOTE, R.M. **Abstract Algebra**. 2. ed. Englewood Cliffs-NJ, EUA - Ed. Prentice-Hall, 1998.

FERREIRA, Aurélio. **Mini Aurélio século XXI**: O minidicionário da língua portuguesa. 5. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2004.

FIORENTINI, Dario e LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teórico e metodológicos, 3. ed. Campinas: Autores Associados LTDA, 2004.

GALUCH, Maria e SFORNI, Marta. Aprendizagem conceitual e apropriação da linguagem escrita: contribuições da teoria histórico-cultural. **Est. Aval. Educ**., v.20, n.42, p. 111-124. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 11 jan. 2014.

IFRAH, Georges**. Os números, a história de uma grande invenção**, 11. ed. São Paulo: Globo, 1985.

KAMII, Constance**. A criança e o número**: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos/ Constance Kamii; Tradução: Regina A. de Assis. 17. ed. Campinas, SP: Papirus, 1993.

LOPES, A. Contribuições de Gaston Bachelard ao ensino de ciências. Enseñanza de Las Ciencias, v.3, n.11. p. 324-330. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 11 jan. 2014.

MACHADO, Silvia. **Educação matemática**: uma (nova) introdução, 3. ed. São Paulo: Educ, 2010.

MORAES, Roque e GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva**, 2. ed. Unijuí, 2011.

MORAES, Roque e GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Revista Ciências & Educação**, v.12, n.1, p. 117-128, 2006. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 26 nov. 2012.

NASCIMENTO, Ross**. Explorando a reta numérica para identificar obstáculos em adição e subtração de números inteiros relativos**. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 01 abr. 2012.

POMMER, Wagner. **Diversas abordagens das regras se sinais nas operações elementares em Z**. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 02 abr. 2012.

SANT’ANNA, Alexandre e NASCIMENTO, Paulo. A história do lúdico na educação. **REVEMAT**, v.06, n.2, p.19-36, 2011. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 26 jan. 2014.

SCHUBRING, G. Desenvolvimento histórico do conceito e do processo de aprendizagem, a partir de recentes concepções matemático-didáticas (erro, obstáculos, transposição). Zetetiké. **Revista do Círculo de Estudo**, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. vol. 6, nº 10. Campinas/SP, jul/dez, 1998. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 06 jan. 2014.

SHOREDER, Maristela e PRUNER, Elisangela. A importância das atividades lúdicas no processo ensino-aprendizagem. **Pleiade**, Foz do Iguaçu, v.7, p.7-32, 2010. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 26 jan. 2014.

TALAVERA, Leda. **Uma abordagem histórica dos números negativos.** Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 02 abr. 2012.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**, São Paulo: Cortez, 2008.

VYGOTSKY. L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. (texto integral, traduzido do russo pensamento e linguagem); Tradução: Paulo Bezerra – São Paulo: Martins Fontes, 2001.

WAHRIG, **Dicionário semibilíngue para brasileiros**: Alemão: WMF Martins Fontes, 2011.

YAMAZAKI, **Teoria da aprendizagem significativa de david ausube**l. Disponível: http://scholar.google.com.br/. Acesso em: 22 fev. 2014.