

ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MÉTODOS DE MODELAMENTO GEOLÓGICO

Jociane Dias Batista

Orientador: Ítalo Gomes Gonçalves

RESUMO

Várias etapas de um empreendimento mineiro dependem da existência de um modelo geológico. Cada uma dessas etapas é conduzida por profissionais que baseados nesse modelo, executam tarefas, tomam decisões e realizam planejamentos. No entanto, ele é construído a partir de um conjunto de dados amostrais, por este fato está sujeito a incertezas, que podem ser reduzidas com a precisão dos dados e com a escolha de um método de modelamento apropriado a cada tipo de depósito. A proposta deste trabalho foi analisar comparativamente três métodos de elaboração de modelos sólidos digitais, que envolveram metodologias de modelamento manual, geoestatístico e implícito. Os dados utilizados provêm de sondagens de um depósito de minério de ferro. As litologias modeladas foram hematita e itabirito. O modelamento manual foi construído através do método de seções paralelas, que é fundamentado em interpretações que dependem do conhecimento geológico e da experiência do profissional. Porém, o principal problema que surge neste contexto é que muitas interpretações podem ser viáveis, tornando o método subjetivo. Já a elaboração do modelamento geoestatístico foi através da técnica de krigagem da indicatriz, que em parte depende de interpretações, mas o resultado final é baseado em princípios estatísticos, sendo desta forma menos subjetivo que o método manual. Por último o modelamento implícito, que utiliza funções de base radial, é realizado de maneira “automática”, sendo assim, não oferecem a oportunidade de adicionar o conhecimento e experiência do profissional. Os resultados obtidos nesta pesquisa, utilizando as metodologias citadas, apresentaram semelhanças na determinação dos modelos entre os contatos litológicos, porém houve divergências significativas em termos quantitativos. Assim, concluiu-se que, um modelo automático rápido pode auxiliar na interpretação ou apontar regiões onde são necessárias mais amostras, e que pode haver interatividade entre o profissional que realiza a interpretação dos dados amostrais e as metodologias utilizadas, de maneira que possam auxiliar no processo de modelamento geológico.

Palavras-chave: modelamento geológico, krigagem da indicatriz, seções paralelas, funções de base radial.

1 Introdução

Modelamento geológico é o processo utilizado na reconstrução de um depósito mineral dando origem a um modelo virtual tridimensional, de modo que esse estabeleça condições viáveis e facilitadoras para que se conheça o comportamento do fenômeno em estudo, a fim de torná-lo descritível qualitativa e quantitativamente. A modelagem 3D permite uma visão global do depósito mineral, assim como também, permite determinar a extensão, padrão geométrico, localização e distribuição espacial da mineralização.

Os empreendimentos mineiros possuem várias peculiaridades, que os diferem dos demais empreendimentos industriais. Dentre elas pode-se destacar, um tempo de maturação muito longo. Este tempo pode levar anos ou até mesmo décadas, passando necessariamente por várias etapas, desde o mapeamento de superfície até a produção (Serra, 2000). Uma das etapas mais complexas desse processo é a de avaliação de depósitos na qual são realizados diversos estudos, com o propósito de determinar a viabilidade de um empreendimento mineiro. Geralmente esses estudos são conduzidos por uma equipe multidisciplinar, que

depende da existência de um modelo geológico para elaborar projetos técnicos, econômicos e ambientais. Esse modelo também é fundamental no planejamento de lavra, sendo assim, é imprescindível que ele seja o mais preciso e verdadeiro possível.

Entretanto, esse modelo é construído a partir de um conjunto de dados amostrais esparsos, obtidos através de testemunhos de sondagem. Geralmente as campanhas de amostragem são planejadas sempre ponderando a relação custo/benefício, ou seja, procurando evitar erros de superamostragem que implicariam em aumento de custo, e poderiam inviabilizar a implantação do processo, bem como erros subamostragem que poderiam gerar aumento da incerteza no processo de estimativa. Sendo assim, o volume total das amostras costuma ser muito pequeno em relação ao tamanho do depósito, apenas o suficiente, para garantir a representatividade das variáveis em estudo. Segundo Yamamoto (2001), todo o processo de estimativa baseado em amostragem está sujeito a um erro.

Em consequência disso, a construção de modelos geológicos requer interpolação para estimar variáveis nos locais onde o atributo não foi amostrado. Diferentes métodos de interpolação estão disponíveis, os mesmos podem ser clássicos ou computacionais. Nos métodos clássicos a estimativa dos dados é feita baseada em princípios de interpretação, já os métodos computacionais utilizam-se funções matemáticas na estimativa (Yamamoto, 2001). Enfim, a qualidade desse modelo vai depender da precisão dos dados e da escolha de um método de estimativa apropriado para cada tipo de depósito.

Atualmente, existem ferramentas tecnológicas capazes de fazer o modelamento “automaticamente”, contudo, não oferecem a oportunidade de adicionar o conhecimento e experiência do profissional.

O objetivo principal deste trabalho foi realizar uma análise comparativa entre três métodos de modelamento geológico:

- *modelamento manual*: utilizando o método de seções paralelas. A definição de geometria do corpo de minério é baseada em apreciações pessoais, sendo o resultado final influenciado pelo conhecimento geológico e pela experiência do intérprete. Porém, o principal problema que surge neste contexto é que muitas interpretações podem ser viáveis, tornando o método subjetivo;
- *modelamento geoestatístico*: foi utilizada a técnica de krigagem da indicatriz na interpolação dos dados litológicos. O uso dessa técnica não dispensa o necessário entendimento e julgamento especializado referente ao conhecimento geológico do depósito, porém o resultado final é baseado em princípios estatísticos, sendo desta forma menos subjetivo que o método manual;
- *modelamento implícito*: é um método que utiliza funções de base radial no processo de interpolação. O modelo é construído a partir da definição de uma função tridimensional contínua, que representa a distribuição litológica. Neste caso o conhecimento geológico e a experiência do profissional pouco influenciam no resultado final.

Os três métodos foram testados utilizando dados de sondagem de um depósito de ferro localizado na região do Quadrilátero Ferrífero. Foi utilizado o *software Micromine* para modelar as mineralizações referentes aos corpos de hematita e itabirito.

2 Estado da Arte

2.1 Geologia do Quadrilátero Ferrífero

O Quadrilátero Ferrífero (QF) localiza-se na região centro-sul do estado de Minas Gerais. Atualmente, as rochas da região são agrupadas, em função de características comuns, em três unidades principais: o complexo granito-gnáissico, o Supergrupo Rio das Velhas, ambos de idade arqueana, e o Supergrupo Minas, relacionado ao Paleoproterozóico. Desta forma o QF compreende várias unidades geológicas formadas em tempos diferentes no passado e que, progressivamente, foram se aproximando ou se superpondo geograficamente (Uhlein & Noce, 2012). Na Figura 1, é apresentado o mapa geológico, onde podem ser observadas as principais litologias que ocorrem regionalmente.

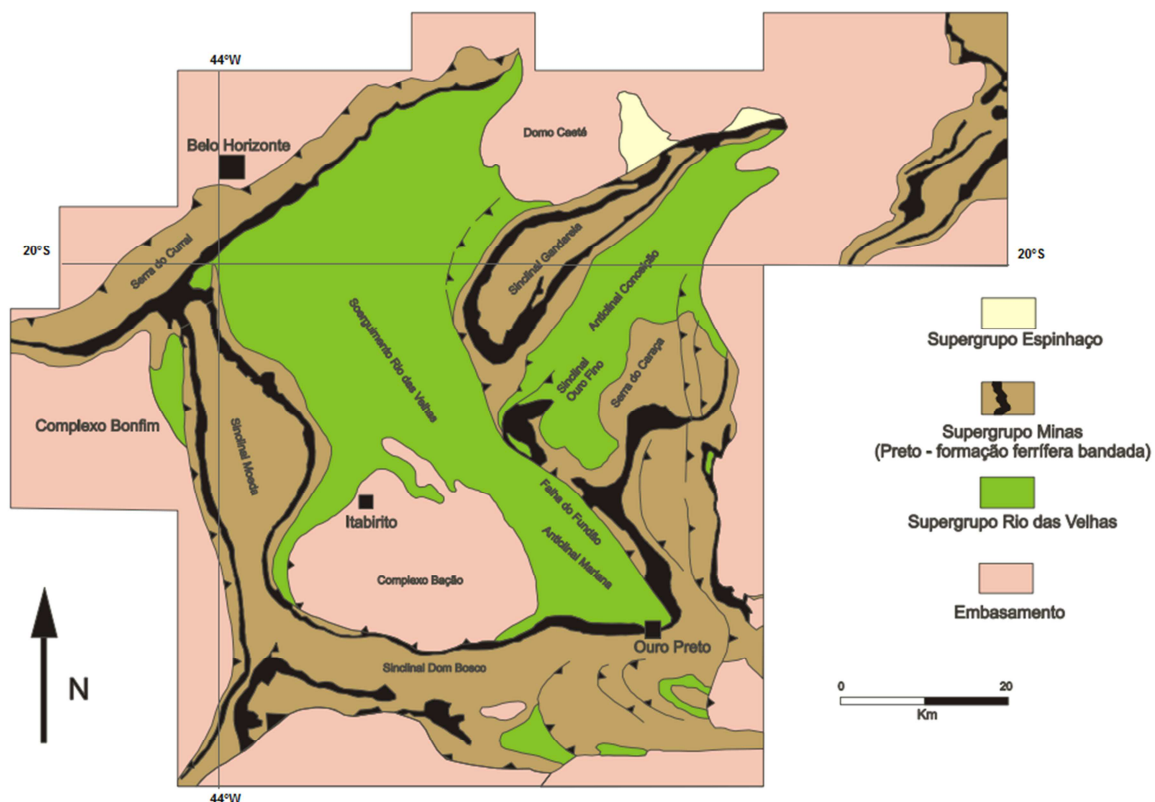


Figura 1 - Mapa geológico simplificado do Quadrilátero Ferrífero. Fonte: Alkimim & Marshak (1998).

2.1.1 Embasamento Complexo Granito-Gnássico

Aflora em duas regiões no Quadrilátero, no centro do QF (Complexo Bação) e também circundando a região do QF. As rochas granito-gnáissicas são principalmente constituídas por gnaisses bandados, de composição tonalítica a granodiorítica que exibem feições de migmatização. Os gnaisses são rochas constituídas por minerais como quartzo, feldspato e biotita, dispostos em bandas de cores alternadas, desde cinza-claro, ricas em quartzo e feldspatos, até bandas escuras, ricas em biotita. Esses gnaisses resultaram do metamorfismo e deformação de rochas graníticas que se cristalizaram majoritariamente por volta de 3 bilhões de anos atrás (Uhlein & Noce, 2012).

2.1.2 Supergrupo Rio das Velhas

É constituído por rochas vulcânicas (principalmente basaltos) e sedimentares. Posteriormente, todo esse conjunto de rochas vulcanossedimentares sofreu processo orogenético, com metamorfismo e dobramentos. Assim, os basaltos e os sedimentos foram transformados em diversos tipos de xistos (rochas metamórficas).

O Supergrupo Rio das Velhas compreende uma unidade basal, o Grupo Nova Lima. Essa unidade é composta por uma associação de rochas de origem vulcânica e sedimentar, metamorfizadas em baixo grau (Uhlein & Noce, 2012).

2.1.3 Supergrupo Minas

O Supergrupo Minas pode ser subdividido em três unidades: (unidade clástica basal) Grupo Caraça, (unidade química intermediária) Grupo Itabira e (unidade clástica de topo) Grupo Piracicaba.

O Grupo Itabira inicia pela Formação Cauê, composta por itabiritos (formações ferríferas bandadas). Os itabiritos são quartzosos ou dolomíticos e encerram corpos lenticulares de hematita (minério de ferro rico). Formação Gandarela, no topo do grupo, exhibe mármore dolomíticos, subordinadamente itabiritos e filitos. A unidade basal do Grupo Piracicaba, Formação Cercadinho, caracteriza-se pela alternância de quartzitos e filitos, frequentemente ferruginosos. A Formação Fecho do Funil é construída por filitos quartzosos, filitos dolomíticos e lentes de dolomito. As formações Taboões (ortoquartzitos) e Barreiro (filitos grafitosos) são de ocorrência restrita (Uhlein & Noce, 2012).

No topo do Supergrupo Minas ocorre o Grupo Sabará, constituído de clorita-xistos e filitos, metagrauvacas, metatufos, metaconglomerados e quartzitos. O Grupo Itacolomi, que recobre o Supergrupo Minas, é restrito a uma área ao sul de Ouro preto, onde forma a serra de quartzitos do mesmo nome (Uhlein & Noce, 2012). O supergrupo Espinhaço, sobrepõe o Supergrupo Minas e é composto de quartzitos, metaconglomerados e filitos (Takehara, 2004).

2.2 Modelamento manual

O modelamento manual também é conhecido como método das seções paralelas. A geometria de uma zona mineralizada é ilustrada em uma série de seções verticais ou horizontais que interceptam de maneira sistemática o corpo de minério. As seções verticais geralmente coincidem com as linhas dos furos de sondagem. As seções horizontais são geradas em determinados níveis ou cotas, são construídas baseadas na interpolação das informações das seções verticais já interpretadas. Essas seções geralmente são interpretadas de forma manual, utilizando um software de modelagem ou mesmo uma prancheta de desenho, onde de posse dos dados de sondagem e comparações com depósitos geneticamente semelhantes são geradas as seções verticais e horizontais delineando a mineralização e rochas encaixantes. A união espacial dessas seções irá resultar num modelo tridimensional do corpo de minério (Souza, 2007).

De acordo com McLennan & Deutsch (2007), o método de seções paralelas é um método explícito de modelamento geológico. Embora o método seja bastante claro, há um número importante de limitações, incluindo o consumo de tempo significativo, subjetividade e não repetibilidade, inflexibilidade e incapacidade de acessar o limite de incerteza.

Simples

Embora o procedimento seja trabalhoso, o método explícito de digitalização polígonos em várias seções transversais é definitivamente simples. Na verdade, esta é a principal razão para a sua popular utilização.

Demorado

O desenho 2D das linhas de contorno e das linhas de ligação exige uma enorme quantidade de tempo. É muito comum para um profissional passar até três meses desenvolvendo um modelo geológico.

Subjetividade e não-repetibilidade

O volume de mineralização é essencialmente composto por prolongadas séries de pequenas subjetividade e decisões determinísticas, como cada canto da linha de contorno de cada seção transversal que é escolhida pelo profissional que está realizando o modelamento. Inevitavelmente, uma assinatura do intérprete é transmitida para o limite. Por exemplo, geólogos, geofísicos, e engenheiros podem todos gerar modelos consistentemente, significativamente diferentes modelos com as mesmas informações. Assim, existe uma necessidade para gerar superfícies de contorno objetivas.

Inflexibilidade

É muito difícil a atualização de um modelo geológico sobre o advento de novos furos de sondagem ou novas informações. Normalmente, as modificações são realizadas em campanhas.

Incerteza inacessível

É difícil avaliar a incerteza global nestes limites geométricos entre os dados da amostra. Esta incerteza pode ser uma importante fonte de insegurança em muitas situações. Por exemplo, com um depósito do tipo veio de ouro, o volume de mineralização é um indicador econômico vital para gestão do projeto. Ignorando a incerteza volumétrica, considerando apenas um limite de modelagem explícito pode devastar o empreendimento.

Geologicamente realista

Embora todas essas limitações do método manual os limites resultantes serão geologicamente realistas especialmente quando interpretado pelo mesmo indivíduo. Há um controle direto desse objetivo no processo de digitalização. Não há uma maneira simples de incorporar múltiplas realizações de contorno possíveis representando incerteza. Este é de fato a única limitação mais importante do método.

2.3 Modelamento Geoestatístico

O processo de modelamento geoestatístico envolve a estimativa da variabilidade espacial, cujo objetivo é detectar áreas onde existam concentrações de minério e essas possam ser delineadas. O estudo dessa variabilidade espacial é realizado por meio da aplicação de técnicas sobre dados georreferenciados. Dentre as técnicas utilizadas no estudo da variabilidade espacial, destaca-se a Geoestatística, que se baseia na Teoria das Variáveis Regionalizadas.

Os fundamentos da metodologia geoestatística podem ser baseados no seguinte contexto: “A distribuição de um determinado bem mineral dentro de um depósito é de caráter misto, sendo em parte estruturada e em parte aleatória. Por um lado, o processo de mineralização tem uma estrutura global e segue certas leis, geológicas ou metalogenéticas: em particular, zonas de classes ricas e pobres sempre existem, e isso só é possível se a variabilidade das classes possui certo grau de continuidade. Dependendo do tipo de depósito de minério, este grau de continuidade será mais ou menos demarcado, mas sempre existirá. No entanto, uma mineralização nunca é tão caótica de modo a excluir todas as formas de previsão, também nunca é suficientemente regular para permitir o uso de uma técnica de

previsão determinista” (Journel & Huijbregts, 1978). O processo de estimativa geoestatístico considera tanto o aspecto estruturado como aleatório inerente a qualquer depósito mineral. Matheron propôs o nome Geoestatística para designar uma metodologia que concilia estes dois aspectos (Journel & Huijbregts, 1978).

A Geoestatística designa o estudo estatístico dos fenômenos naturais, muitas vezes caracterizados pela distribuição no espaço de uma ou mais variáveis, chamadas variáveis regionalizadas (Journel & Huijbregts, 1978). A geoestatística tem por objetivo o estudo e a representação estrutural da variável regionalizada para solucionar problemas de estimativa, com base em dados experimentais medidos sobre suporte que não abrangem totalmente tais domínios (Yamamoto & Landim, 2013).

Uma variável regionalizada, além de apresentar a propriedade de continuidade espacial pode apresentar os seguintes atributos: localização, anisotropia, transição e zona de influência. No estudo do comportamento dessas variáveis há duas ferramentas fundamentais dos métodos geoestatísticos: o variograma e a krigagem (Landim, 2003). Os primeiros estudos geoestatísticos foram iniciados por Krige na década de 50 e conceituado nos diferentes trabalhos de Matheron com a finalidade de fornecer estimativas precisas dos teores locais sobre os blocos de mineração, acabando por desenvolver a formalização da metodologia geoestatística (Yamamoto & Landim, 2013).

Variograma

O variograma nada mais é que uma função de correlação espacial que representa a base da estimativa da variabilidade espacial em geoestatística (Yamamoto & Landim, 2013). Esse é utilizado para avaliar o comportamento espacial da variável regionalizada, em termos de zona de influência em torno de uma amostra, direções de anisotropia e o grau de continuidade dos dados em relação à distância (Gringarten & Deutsch, 2001). Através do variograma é possível medir o grau de semelhança entre amostras vizinhas, pois se espera que quanto mais próximas forem coletadas essas amostras, espacialmente ou temporalmente, maior será a semelhança entre elas e, portanto, menor a variância e maior a correlação espacial ou temporal e, quanto mais afastada, menor será a semelhança, até que estas diferenças sejam atribuídas tão somente ao acaso (Vilela, 2004).

Segundo Landim (2003), o variograma é construído, a partir de um conjunto de valores obtidos em amostras coletadas em intervalos regulares dentro de um mesmo suporte geométrico. Sendo $x_1, x_2, x_i, \dots, x_n$, realizações de uma variável regionalizada e considerando que a influência de cada amostra é tanto maior quanto menor for a distância entre os pontos amostrados, é necessário definir o vetor de distância Δh o qual tem orientação específica. Assim função variograma é calculada como a média das diferenças entre pontos separados por uma distância h , de acordo com a fórmula:

$$Y(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^n (z_{(x)} - z_{(x+h)})^2 \quad (2.1)$$

onde $Y(h)$ é a variância dos pares de dados separados pela distância h , (h) é a distância entre os dados que formam um par, $Z_{(x)}$ o valor da variável na posição x , $Z_{(x+h)}$ o valor da variável separada pelo vetor h e N é o número de pares encontrados para cada distância h .

Com a construção de um gráfico confrontando variância versus distância, obtêm-se o variograma experimental (Figura 2), o qual precisa ser ajustado a um modelo teórico. Este ajuste é denominado modelamento variográfico e consiste em definir uma função matemática

que represente o comportamento dos dados em função da distância para qualquer distância h . Os modelos matemáticos mais utilizados são: exponencial, esférico e gaussiano (Souza, 2007).

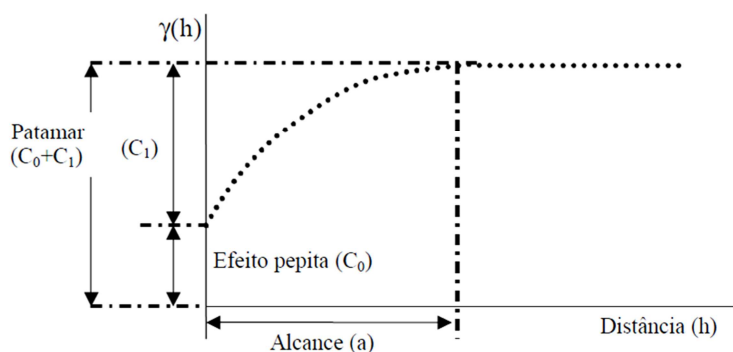


Figura 2 – Modelo típico de variograma. Fonte Vilela (2004).

A diferença entre os valores $(z_{(xi)} - z_{(xi+h)})^2$, em média, é crescente com a distância até um determinado ponto, a partir do qual se estabiliza num valor denominado patamar (C_0+C_1) e é aproximadamente igual à variância dos dados. O patamar indica o valor segundo o qual a função estabiliza-se no campo aleatório, correspondente à distância “a” denominado alcance, e mostra a variabilidade máxima entre pares de valores (Landim, 2001). A descontinuidade na origem é chamada de Efeito Pepita (C_0) e, conforme Journel & Huijbregts (1978), seria devido tanto a erros de medição ou por microvariabilidades da mineralização.

O estudo é feito em uma direção ao longo de uma linha ou ao longo de uma série de linhas paralelas, utilizando n possíveis diferenças a intervalos h ou múltiplos de h . Além da distância e da direção, há necessidade de se definir parâmetros adicionais, para cada ponto de dado, define-se uma janela dentro da qual pode haver um ou mais pontos, ou nenhum. Essa janela é definida pela direção, tolerância angular e largura máxima, bem como o tamanho do passo (distância) e tolerância do passo. O parâmetro largura máxima tem por objetivo limitar a abertura indefinida da janela de pesquisa dada pela tolerância angular (Yamamoto & Landim, 2013).

O modelamento variográfico é o primeiro passo na aplicação da krigagem, e são os parâmetros obtidos pelo variograma é que controlam a distribuição dos pesos na krigagem, os quais influenciarão na interpolação dos dados (Souza, 2007).

Krigagem

Krigagem é o processo geoestatístico de estimativa de valores de variáveis distribuídas no espaço e/ou no tempo, com base em valores próximos quando considerados interdependentes pelo variograma. Quando comparado com métodos tradicionais de estimativa, somente a krigagem apresenta estimativas não tendenciosas e a mínima variância associada ao valor estimado. O nome krigagem é em homenagem a engenheiro de minas, Daniel G. Krige pioneiro na aplicação de técnicas estatísticas em avaliação mineira (Yamamoto & Landim, 2013).

A krigagem fornece, além dos valores estimados, o erro associado a tal estimativa. Trata-se de um método de estimativa que se baseia numa série de técnicas de análise de regressão, sejam elas lineares ou transformações não lineares. Assim, as técnicas de krigagem podem ser divididas em lineares e não lineares. Uma técnica é dita linear quando a variável

contínua é mantida na escala original como, a krigagem simples, da média, e ordinária; e não linear quando ocorre a transformação não linear de dados, é o caso da krigagem multigaussianiana, lognormal e indicatriz (Yamamoto & Landim, 2013).

A transformação de dados é necessária em diversas circunstâncias para estimativa geoestatística. Embora essas transformações alterem os valores de média e variância, o objetivo é modificar a forma da distribuição de frequência. As transformações são feitas por meio de uma função matemática que atribui para cada valor x um novo valor $f(x)$ (Yamamoto & Landim, 2013).

$$Y = f(x) \quad (2.2)$$

Krigagem da indicatriz

A krigagem da indicatriz é um método de interpolação não linear que consiste na aplicação da Krigagem Ordinária sobre uma variável transformada, isto é, a variável resultante da aplicação de uma função indicadora dicotômica (Landim e Sturaro, 2002).

A krigagem ordinária é um método local de estimativa, bastante utilizado, pela simplicidade dos resultados que proporciona. Onde a estimativa em um ponto não amostrado é feita através da combinação linear dos valores encontrados na vizinhança próxima (Yamamoto & Landim, 2013). O estimador da krigagem ordinária é:

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2.3)$$

O primeiro passo na krigagem da indicatriz é a transformação dos dados originais em indicadores, qualquer tipo de variável passa a ser uma variável categórica 0 ou 1.

Os métodos que utilizam o conceito de indicadores são uma alternativa apropriada para modelagem de litologias, por serem variáveis categóricas medidas em escala nominal. Sendo essa, também, uma técnica bem aceita na estimativa de valores extremos ou tendenciosos (Souza, 2007).

Segundo Yamamoto & Landim (2013), uma variável aleatória contínua pode ser discretizada em relação a um valor de referência, teor de corte/*cutoff*. Já variáveis categóricas, medidas em escala nominal ou ordinal, apresentam um número discreto de tipos e podem ser discretizadas em k tipos, através de uma codificação binária feita da seguinte forma:

$$I(x, k) = \begin{cases} 0, & \text{se } Z(x) \neq \text{tipo } k \\ 1, & \text{se } Z(x) = \text{tipo } k \end{cases}$$

As variâncias de krigagem, sendo condicionadas apenas pelo arranjo geométrico dos pontos e, portanto, independentes dos valores das amostras, normalmente não são medidas que permitem estabelecer o grau de precisão da estimativa local. Para satisfazer esta necessidade uma das soluções apontadas é a krigagem da indicatriz. O enfoque passa a ser, neste caso, não estimar um determinado valor, como na krigagem ordinária, mas sim definir áreas com maior ou menor probabilidade que um determinado evento ocorra (Landim & Sturaro, 2002).

2.3 Modelamento Implícito

O modelamento implícito é um método de ajuste matemático de uma superfície a uma série de pontos de dados conhecidos. Este processo de ajuste envolve a interpolação dessa superfície entre esses pontos. Uma forma de fazer isso é obter valores da função em alguns pontos discretos no intervalo de interesse. Então, uma função mais simples pode ser

desenvolvida para ajustar esses dados. Essa aplicação é conhecida como ajuste de curvas (Bertolani, 2010).

Dentre as vantagens dos métodos implícitos, pode-se destacar a menor sensibilidade à ruídos e a facilidade de se combinar funções implícitas para fins de modelagem. No entanto, as mesmas características que tornam os métodos implícitos robustos com relação a dados ruidosos e incompletos podem produzir suavizações indesejáveis nas superfícies. Além disso, normalmente é difícil conseguir controle local sobre as funções de distância (Polizelli, 2008).

A técnica de modelamento implícito utilizada neste trabalho faz uso de funções de base radial (FBR) como método de interpolação.

Funções de base Radial (FBR)

As FBRs são funções cujo valor depende exclusivamente da distância radial entre um ponto base e um ponto campo, que pode ser também outro ponto base. Algumas propriedades que garantem a potencialidade das FBRs são evidentes: a simetria angular é a mais importante, pois o valor da função depende tão somente da distância do argumento ao ponto base e quaisquer rotações não influenciam seu resultado. Outro fator importante advém dos seus valores poderem ser sempre positivos. Contudo, outros fatores podem se tornar igualmente interessantes: muitas vezes características de decaimento e suavidade podem ser adequadas e, nesse sentido, há várias classes de funções capazes de se ajustar a esses quesitos. O método de interpolação com funções radiais é uma das técnicas utilizadas na interpolação multidimensional, as quais se tornam opções interessantes de serem desenvolvidas devido à facilidade de implementação, rapidez de processamento computacional e precisão dos resultados (Bertolani *et al*, 2010).

O problema de representação ou reconstrução de superfícies pode ser expresso da seguinte maneira:

Dados n pontos distintos $\{(x_i, y_i, z_i)\}_{i=1}^n$ sobre uma superfície M em \mathcal{R}^3 , encontrar uma superfície M' que seja uma aproximação razoável M (Carr *et al*, 2001).

Definição: de acordo com Bertolani (2010), uma função $\varphi: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}$ é dita radial desde que exista uma função, de um único argumento, $\varphi: [0, \infty] \rightarrow \mathcal{R}$ tal que

$$\varphi(x) = \varphi(r) \quad (2.4)$$

onde $x \in \mathcal{R}^n$ e $\|x\|$ é a norma Euclidiana do espaço \mathcal{R}^n .

Para simplificar a notação denomina-se $r = \|x - c\|$, cuja interpretação é a distância a partir do ponto definido pelo vetor de x para o ponto c e por convenção $r = \|x\|$, há um número infinito de funções de base radial, apenas algumas são comumente usadas, em diferentes aplicações. As funções de base radial que são mais utilizadas no método de interpolação são chamadas *kernels*, e abaixo a Tabela 1 apresenta os principais *kernels* (Wright, 2003).

Tabela 1- Funções de base radial mais usuais.

Função	Equação
Gaussiana (G)	$\varphi(r_i) = e^{-c^2 r_i^2}$
Splines de placas finas (TPS)	$\varphi(r_i) = r_i^4 \log(r_i)$
Cúbica (C)	$\varphi(r_i) = r_i^3$
Multiquádricas (MQ)	$\varphi(r_i) = \sqrt{c^2 + r_i^2}$

FBR como método interpolador

A interpolação com o uso de funções de base radial enfoca, a partir de dados conhecidos, a reprodução de funções desconhecidas (Bertolani, 2010). Usando funções de base radial adequadas, a função de interpolação pode ser escrita desta forma (Turk & O'Brien, 2002):

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_j \varphi(\|x - c\|) + P(x) \quad (2.5)$$

onde n é o tamanho da amostra, λ_j são pesos e $P(x)$ é um polinômio de grau m .

Uma restrição colocada sobre os coeficientes é:

$$\sum_{i=0}^N \lambda_j P(x_i) = 0 \quad (2.6)$$

Sejam $\{p_1, \dots, p_l\}$ uma base de polinômios p_i de grau no máximo m e $\{c_1, \dots, c_l\}$ os coeficientes que descrevem P na base, as equações 2.4 e 2.5 podem ser escritas através do sistema linear

$$\begin{pmatrix} A & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

onde $A_{x,c} = \varphi(\|x - c\|)$, $P_{x,c} = p_c(x)$, e f é o valor da função a ser determinada nos pontos da amostra.

Como todos os pontos da amostra S estão localizados sobre a superfície e, portanto, apresentam $f(x_i) = 0$, é necessária a adição de novos pontos ao sistema para evitar a solução trivial $\lambda_i = 0$ para qualquer i . Esses pontos são gerados a partir de cada ponto x_i caminhando-se na direção do vetor normal (Turk & O'Brien, 2002).

Pontos fora da superfície são atribuídos valores positivos, enquanto que os pontos dentro são atribuídos valores negativos (Carr *et al*, 2001).

No processo de modelamento geológico, segundo Cowam *et al* (2003), é necessário definir uma das litologias para representar valores positivos da função e outros para representar valores negativos. Então, os dados de litologia amostrados pelos furos de sondagem são convertidos a partir do código litológico para valores numéricos. Assim, é atribuído um valor igual à zero aos pontos localizados entre as superfícies de contato. A qual pode ser agora tratada como um problema de interpolação de dados dispersos. Uma vez que

os dados são interpolados nos locais onde os pontos são iguais a zero pode ser extraída uma função a partir da superfície de contato entre as duas litologias.

Ainda de acordo com este mesmo autor, o processo de interpolação com FBR é semelhante ao processo de interpolação utilizando a krigagem. A diferença entre krigagem e interpolação FBR é que krigagem usa a função de covariância obtida a partir dos dados (o variograma) e FBR utiliza uma função básica que é escolhida a partir de um conjunto de funções padrão.

3 Materiais e Métodos

3.1 Banco de Dados

Para testar as metodologias propostas, foi utilizado um banco de dados que possui 254 furos de sondagem que deram origem a 2.171 amostras, e dados resultantes da análise química e descrição geológica. Os furos são verticais com profundidade variando de 4 a 334 metros distribuídos em malha semirregular no centro e irregular na periferia. O tamanho médio das amostras ao longo do furo é de 10 metros. A Figura 3 apresenta o mapa de localização dos furos de sondagem.

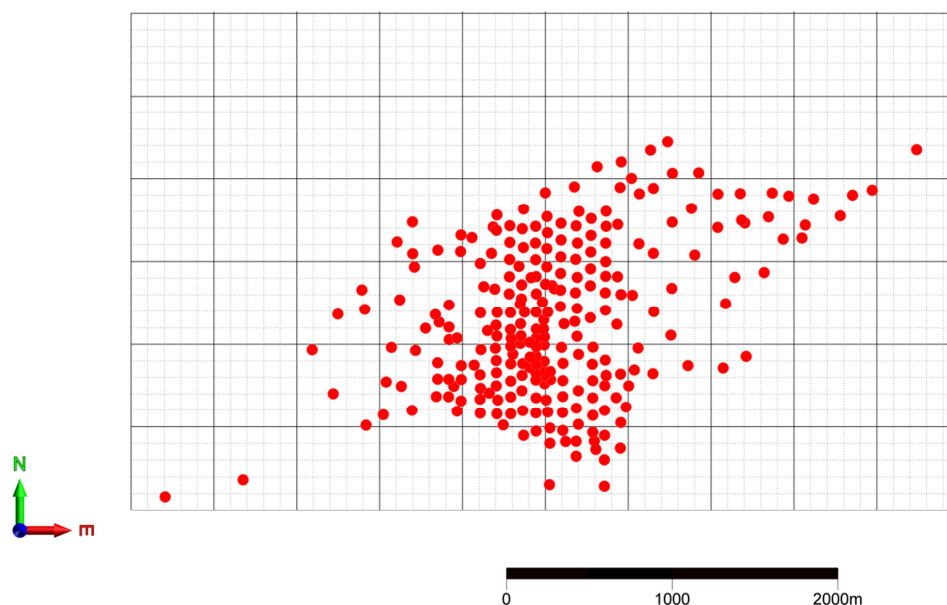


Figura 3- Mapa de localização das amostras.

São descritas três classes litológicas hematita, itabirito e canga. Foram selecionados apenas os dados referentes às duas classes modeladas I (itabirito) e H (hematita).

A modelagem geológica foi realizada através do *Micromine*, um *software* modular para exploração, modelamento geológico 3D, estimativa de recursos, planejamento e projeto de mina, otimização de cava e alocação de recursos.

Com a base de dados de entrada no *software Micromine* pronta, os mesmos foram importados e validados pelo programa, e iniciou-se o processo de modelamento do depósito.

3.2 Modelamento Manual

A área de domínio das amostras foi dividida em seções verticais ao longo da direção N-S procurando coincidir com as linhas dos furos de sondagem, totalizando 30 seções com espaçamento entre linhas variando entre 20 a 50 metros na região mais central. O conjunto de furos com suas respectivas litologias representadas em cada perfil constituiu uma seção, permitindo assim, a visualização dos contatos litológicos. Cada uma das litologias foi delineada respeitando a distribuição espacial das amostras (Figura 4).

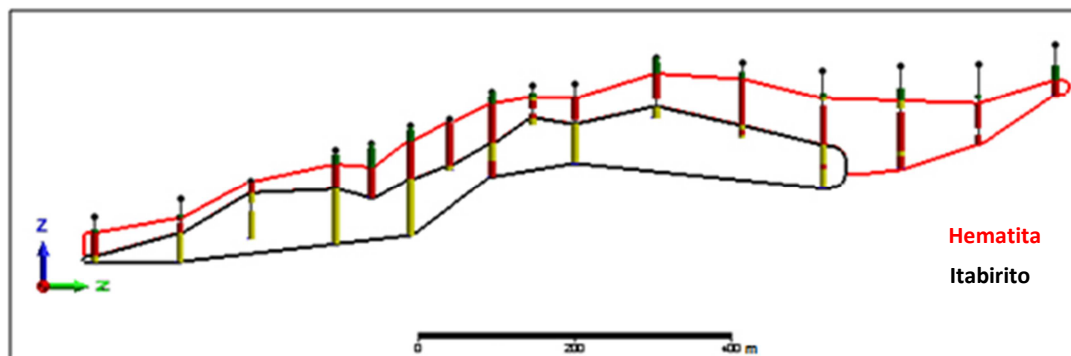


Figura 4 – Seção vertical 11 contendo seus respectivos furos e interpretações geológicas.

As seções horizontais foram geradas a partir da cota 600 até a cota 1020, sendo a interpretação dessas seções realizada baseando-se nas envoltórias das seções verticais já interpretadas. Para facilitar o modelamento e evitar espaços “vazios” entre os domínios litológicos, as seções foram desenhadas sobrepostas (Figura 5). A união espacial dessas seções resultou em dois sólidos, consequentemente com intersecções, que foram eliminadas utilizando o modelo de hematita para cortar modelo de itabirito.

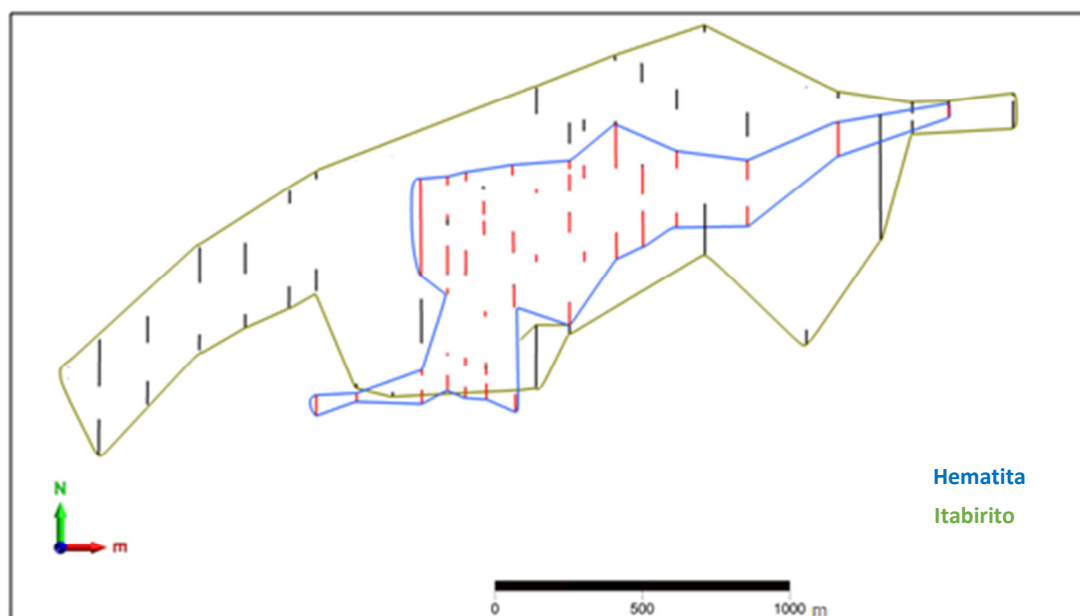


Figura 5- Seção horizontal interpretada cota 820.

3.3 Modelamento Geoestatístico

Todas as amostras correspondentes à litologia de itabirito receberam o valor 1 como indicador, significando que nas amostras localizadas nesses pontos a probabilidade de ocorrência de itabirito é de 100%. As demais amostras correspondentes a hematita e canga receberam o valor 0 como indicador, ou seja, a probabilidade dessas estarem presentes nesses pontos é nula, e passam a ser tratadas sem nenhuma distinção nesta fase em que o itabirito está sendo modelado. O mesmo procedimento é adotado para a mineralização dos corpos de hematita.

Os variogramas foram gerados no *software Micromine*, sendo o primeiro calculado ao longo do furo, para definição do efeito pepita, considerando que a menor distância entre as amostras é ao longo do furo. Os parâmetros para os cálculos dos variogramas foram os mesmos para as duas litologias, sendo o número de *lag* igual a 10, *lag* igual a 100, tamanho de banda 50 e tolerância angular 10°. As continuidades das variáveis foram analisadas em oito direções, ou seja, de 0° a 157,5°.

As direções de maior continuidade para mineralização de hematita e itabirito estão apresentadas nas Figura 6 e 7.

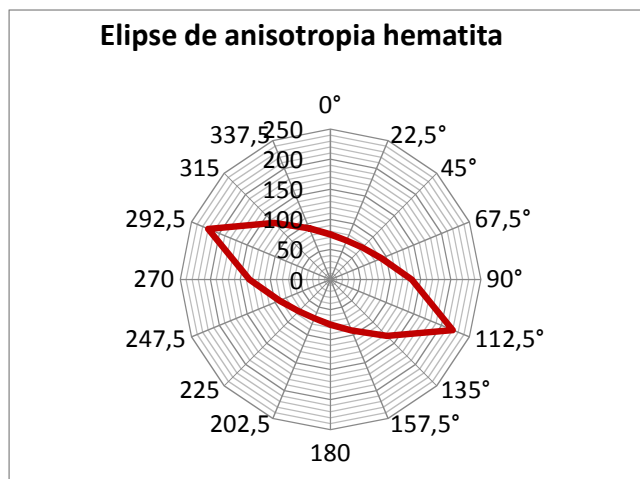


Figura 6 – Gráfico de análise da continuidade para mineralização de hematita.

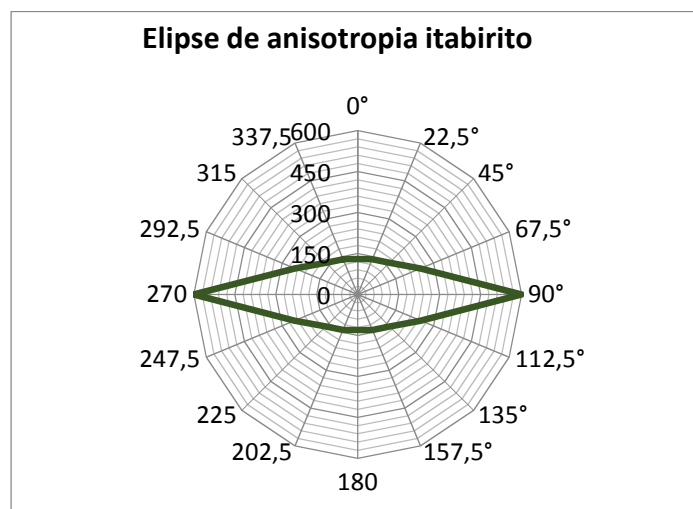


Figura 7 – Gráfico de análise da continuidade para litologia de itabirito.

Como todo método interpolador, o método de krigagem em geral, utiliza um grid de pontos ou um modelo de blocos, o qual é preenchido com os valores estimados. Neste estudo foi utilizado um modelo de blocos com dimensões 50x50x10 metros.

Além do controle sobre o comportamento espacial dos valores dado pelo modelamento variográfico, existe; também, o controle sobre o modo como são selecionados os dados utilizados na estimativa de cada ponto do *grid*. Este controle é chamado de estratégia de busca, onde alguns parâmetros definem quantos dados serão utilizados, até que distância do ponto estimado será feita a busca e até mesmo em qual direção esse raio de busca será maior ou menor (anisotropia). A Tabela 2 apresenta os parâmetros de busca utilizados na krigagem da indicatriz pelo *software Micromine*.

Tabela 2- Estratégia de busca.

Estratégia de busca		
Discretização	x	2
	y	2
	z	2
Elipsóide busca	Hematita	Itabirito
Octante	máximo 8	máximo 8
Raio	220	600
Azimute	112,5°	90°
Continuidade espacial	Hematita	Itabirito
Efeito Pepita	0,07	0,06
Sill Parcial	0,14	0,18
Modelo	Exponencial	Exponencial
Máximo alcance	220	600
Azimute	112,5°	90°

Outro fato importante que deve ser apontado, para evitar que houvesse extrapolação muito além da área domínio amostras, foi gerado um sólido respeitando tais domínios, o mesmo foi usado para cortar os modelos gerados pelo método implícito e geoestatístico (Figura 8).

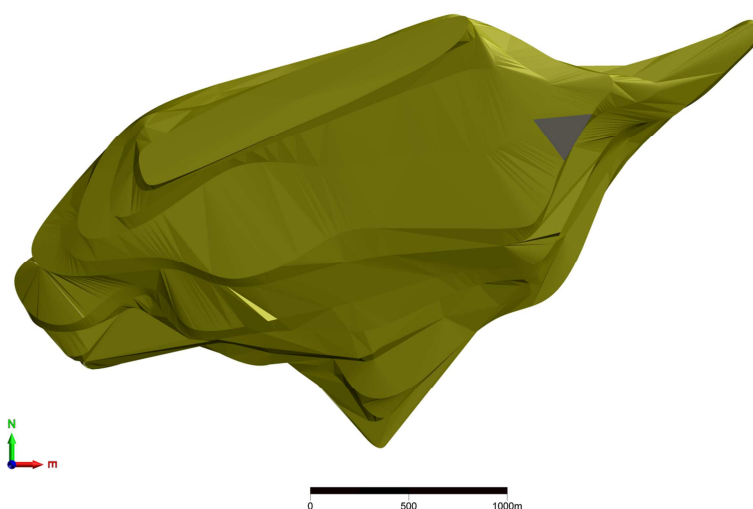


Figura 8 – Modelo de restrição à extrapolação.

3.4 Modelamento Implícito

Na aplicação deste método foi necessário estabelecer os parâmetros de busca utilizados pelo algoritmo (Tabela 3).

Tabela 3 - Parâmetros de busca utilizados pelo algoritmo

Parâmetros de busca	Valores utilizados
Tamanho mínimo de intervalos ignorados	1
Máximo de pontos por partição	500
Espaçamento máximo	30
Buffer de distância	0
Unidades de <i>grid</i> da malha triangulada	50

Tamanho mínimo de intervalos ignorados: define o intervalo mínimo de comprimento das amostras que deve ser incluído no modelo da litologia, e qual deve ser ignorado.

Máximos de pontos por partição: o conjunto de dados é dividido em regiões de sobreposição (partições), as quais são modeladas separadamente por uma questão de eficiência do algoritmo. Este parâmetro define a quantidade máxima de pontos que deve conter em uma partição.

Espaçamento máximo: determina o espaçamento máximo (em unidades de *grid*) que irá ser utilizado para posicionar os pontos relativos a cada intervalo. Define o espaçamento de cada célula do *grid* que irá ser utilizado para posicionar os pontos relativos a cada intervalo

Buffer de distância: através dessa opção é possível “preencher” os limites dos dados de entrada em todas as direções segundo uma distância definida

Tamanho da malha: determina o tamanho da malha (em unidades de *grid*) que irá determinar o tamanho dos triângulos individuais do *wireframe*.

Também é possível definir um conjunto personalizado de coordenadas x,y,z para controlar a extrapolação.

Porém na geração desse modelo, foi utilizada a mesma modelo apresentado na Figura 8.

4 Resultados e discussão

O modelo manual resultou da união espacial das seções horizontais. A aplicação do método geoestatístico utilizando a técnica de krigagem da indicatriz resultou em blocos preenchidos com valores de probabilidade, ou seja, a probabilidade do bloco estimado pertencer à litologia modelada, blocos com valores inferiores a 0,5 (50%) foram desconsiderados. E a partir desse conjunto de blocos selecionados foram gerados os sólidos representando os modelos geológicos de hematita e itabirito. Finalmente, o modelo implícito foi gerado após o ajuste das configurações dos parâmetros de busca do algoritmo. As envoltórias correspondentes aos corpos mineralizados podem ser vistos nas Figuras 9, 10 e 11.

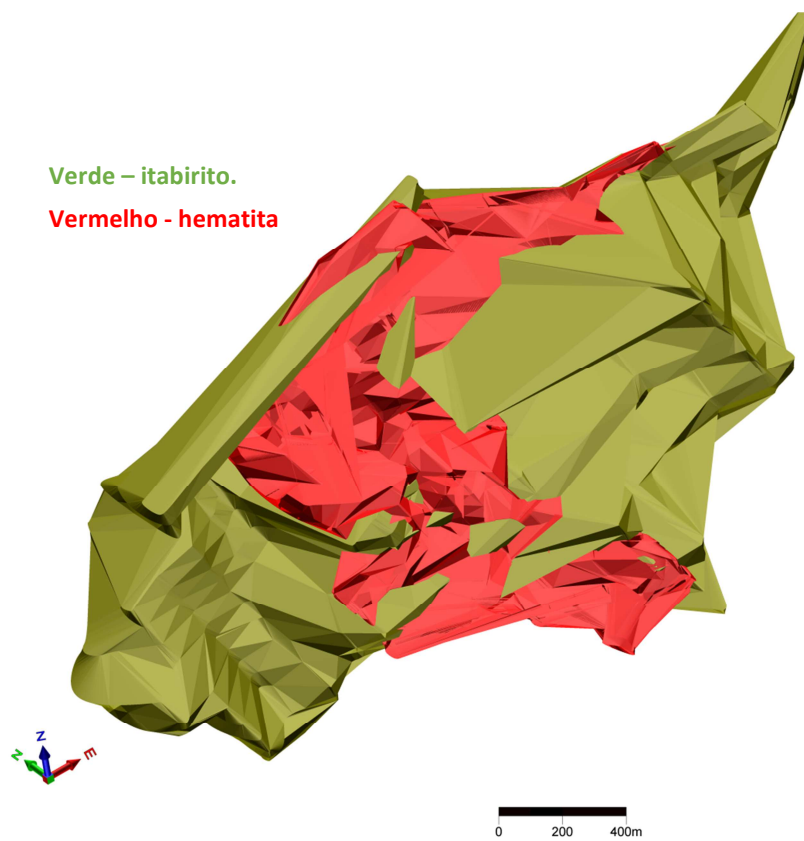


Figura 9- Modelo Manual

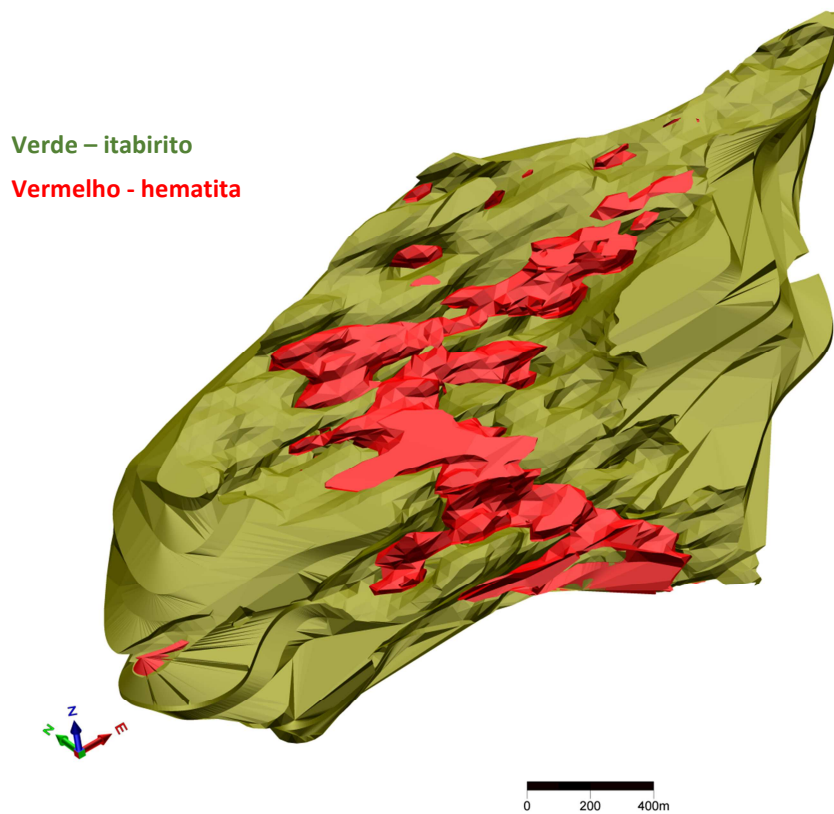


Figura 10 – Modelo Geoestatístico

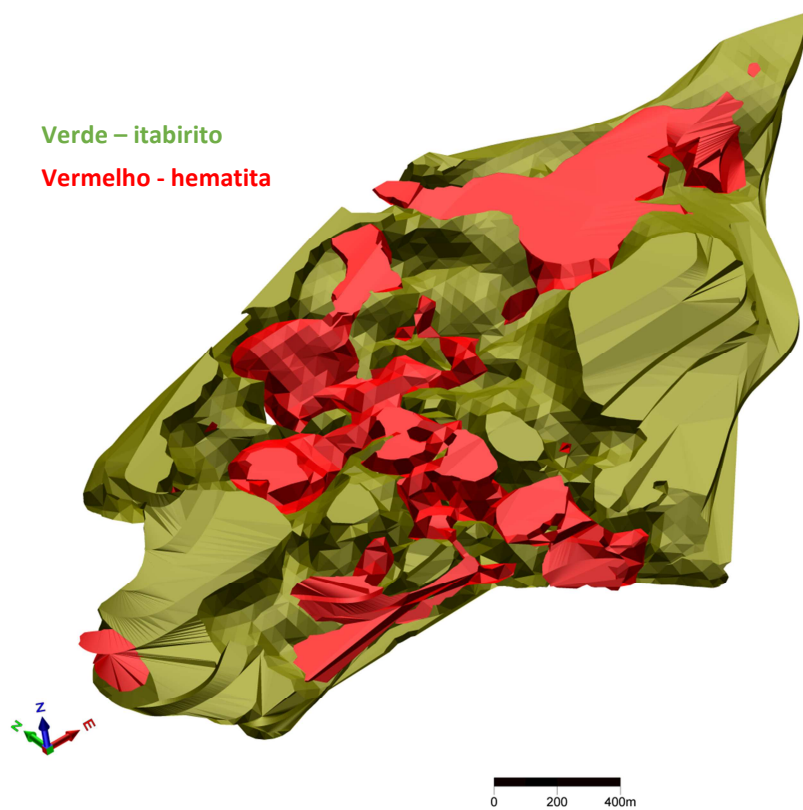


Figura 11 - Modelo Implícito.

4.1 Comparação dos Resultados - Corpo de Hematita

Com relação aos modelos gerados para litologia de hematita, através dos métodos de modelamento implícito e geoestatístico, apresentaram certa semelhança na distribuição das mineralizações do que quando comparados ao método de modelamento manual. Sendo visível diferença quanto à forma e a continuidade dos corpos (Figura 12).

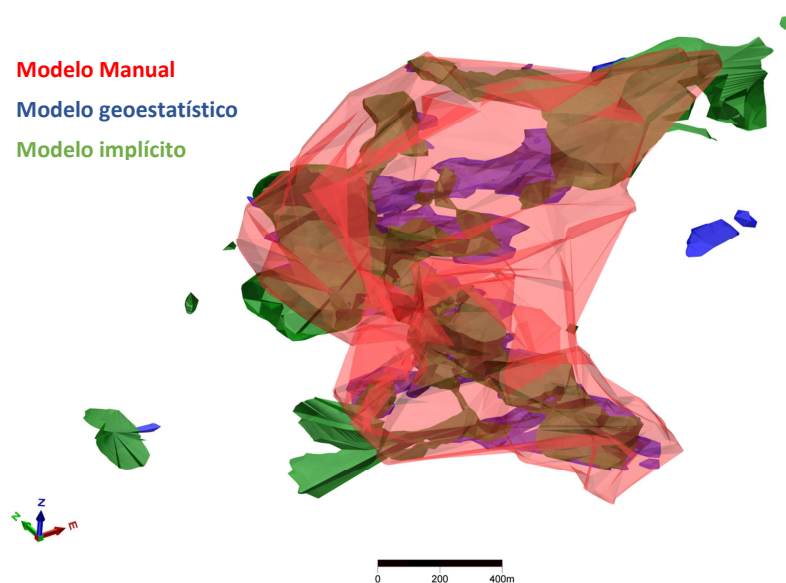


Figura 12 - Modelos sobrepostos da litologia hematita

Em parte essas diferenças ocorreram pelo fato de que, em locais onde havia poucas amostras representando as mineralizações de hematita, com predomínio maior das amostras representando a litologia de itabirito, as mesmas acabaram dominando o resultado final. Sendo assim, as amostras de hematita foram consideradas como itabirito no processo de modelamento implícito e geoestatístico. No processo de modelamento manual, a interpretações das seções verticais deste modelo geraram envoltórias baseadas nas principais mineralizações de corpos de hematita, envolvendo assim, as pequenas mineralizações da litologia de itabirito, resultando em sólido mais contínuo, e com incremento volumétrico maior em relação aos métodos implícito e geoestatístico. Este aumento do volume é melhor descrito na Tabela 4.

Tabela 4 - Volumes dos sólidos correspondentes às litologias de hematita e itabirito

	Hematita	Itabirito	
Modelos	Volume (m³)	Volume (m³)	Volume Total (m³)
Manual	138.547.206	436.031.462	574.578.668
Geoestatístico	40.757.820	644.183.377	684.941.197
Implícito	71.582.274	567.504.108	639.086.382

4.2 Comparação dos Resultados - Corpo de Itabirito

Com relação ao modelo manual gerado para litologia de itabirito. Na interpretação das seções procurou-se extrapolar o mínimo possível além da área de domínio das amostras, que resultou em um modelo com geometria menor quando comparado com os métodos de modelamento implícito e geoestatístico. Tais métodos apresentaram maior incremento de volume pelo fato das amostras de hematitas serem consideradas como itabirito, nos locais onde prevalecia amostras de itabirito (Figura 13). Essas diferenças interferiram nos resultados dos valores de volume de cada modelo, como podem ser observados na Tabela 5 citada anteriormente.

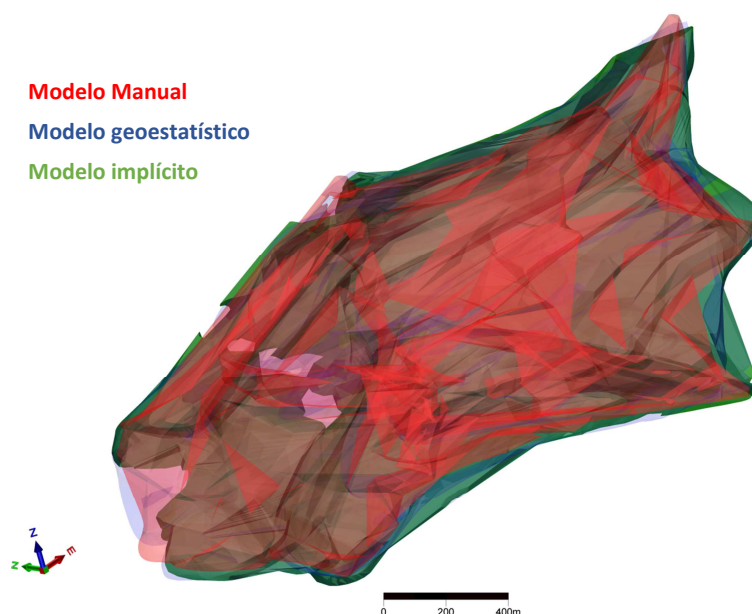


Figura 132- Modelos sobrepostos da litologia itabirito

5 Conclusões

Os resultados obtidos com o uso dos três métodos nesta pesquisa apresentaram semelhanças na determinação dos modelos entre os contatos litológicos, porém houve divergências significativas em termos quantitativos.

Os métodos de modelamento geoestatístico e implícito apresentaram resultados similares entre si, principalmente no modelamento do corpo de hematita. Tais metodologias mostraram-se aplicáveis como ferramentas auxiliares ao modelamento manual, no processo de interpretação das seções. Permitindo assim, um contínuo aperfeiçoamento do modelo tornando-o mais refinado e confiável.

O método de modelamento implícito gera modelos de maneira automática e rápida que pode auxiliar na interpretação ou apontar regiões onde são necessárias mais amostras, de maneira muito mais flexível quando comparadas aos métodos de modelamento manual e geoestatístico.

Sendo assim, concluiu-se que pode haver interatividade entre o profissional que realiza a interpretação dos dados amostrais e as metodologias utilizadas neste artigo.

6 Agradecimentos

A Deus, por ter vencido todos os obstáculos que tive que enfrentar durante essa trajetória.

À minha família pelo apoio, em especial minha mãe Joana, quem, em nenhum dia deixou de ser lembrada com muito carinho.

À minha amada irmã Denise, que sempre me incentivou.

Às minhas amigas Angela Cristina Bertoi e Fernanda Pasini pelo incentivo, apoio nas horas críticas e importantes sugestões em todas as etapas desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Luis Eduardo de Souza, pelos valiosos ensinamentos sem os quais não seria possível a realização desse trabalho.

Ao Prof. Dr. Ítalo Gonçalves, pela orientação e ensinamentos. Também estendo meus agradecimentos aos professores da UNIPAMPA que fizeram parte de minha formação nesses últimos anos, em especial, às professoras Délia Del Pilar Montecinos de Almeida, Luciana Arnt Abichequer.

7 Referências Bibliográficas

ALKMIM, F.F.; NEVES, B.B. DE B.; ALVES, J.A.C. Arcabouço tectônico do Cráton São Francisco. In : DOMINGUES, J.M.L.; Misi, A. **O Cráton do São Francisco**. Salvador, SBG-NBa/SE, SGM. CNPq., 1993.p. 45-62.

BERTOLANI, M. N.; **Funções de base radial de suporte global e compacto na aproximação de superfícies**. 2010. 86 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória 2010.

BERTOLANI, M.N.; Desempenho de funções de base radial de suporte compacto na construção de superfícies bidimensionais. **Associação Argentina de Mecânica Computacional**, Buenos Aires, Vol XXIX, págs. 8503-851915-18, novembr 2010.

CARR J. C. *et al.* Reconstruction and representation of 3d objects with radial basis functions. In: SIGGRAPH 01: Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pages 67–76, New York, NY, USA, 2001. ACM Press. ISBN 1-58113-374-X. doi: <http://doi.acm.org/10.1145/383259.383266>.

COWAM, E.J *et al.* Practical implicit geological modeling. In: 5TH INTERNATIONAL MINING GEOLOGY CONFERENCE, 8., 2003, Bendigo. The Australian Institute of Mining and Metallurgy... Bendigo: BPA Digital, 17-19 november, 2003. p. 89-99.

GRINGARTEN, E.; DEUSTSH, C.V. Variogram interpretation and modeling. INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR MATHEMATICAL GEOLOGY, Austin, v. 33, n.4, 2001. p. 507-534.

JOURNEL, A. G.; HUIJBREGTS, Ch. J.; **Mining geostatistics**. New Jersey: The Blackburn Press, c2003 1978. 600 p.

LANDIM, P.M.B. **Análise estatística de dados geológicos**. São Paulo: UNESP, 2003. 253 p.

LANDIM, P. M. B.; STURARO, J.R. **Krigagem indicativa aplicada à elaboração de mapas probabilísticos de riscos**. DGA, IGCE, UNESP/Rio Claro, Lab. Geomatemática, Texto Didático 06, 2002.19 p.

MC LENNAN, J.; DEUTSCH, C.V. BOUNDSIM: Implicit Boundary Modeling, In: APCOM 2007, Santiago, Chile, April 2007, (9 pages).

POLIZELLI JUNIOR, V.; **Métodos implícitos para reconstrução de superfícies a partir de nuvens de pontos**. 2008. 132 f. Dissertação (Mestrado em Ciência de Computação e Matemática Computacional) - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade São de Paulo, São Paulo 2008.

SERRA, S.L. **Direitos Minerários: formação, condicionamento e extinção**. São Paulo: Signus, 2000. 153 p.

SOUZA, F. S. **Uso de métodos geoestatísticos no auxílio à modelagem geológica**. 2007. 157 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalúrgica e de Materiais, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre 2007.

TAKEHARA, L. **Caracterização geometalúrgica dos principais minérios de ferro brasileiros – fração sinter feed**. 2004. 419 f. Tese (Doutorado em Geociências) - Programa de Pós-Graduação em Geociências, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre 2004.

TURK G. & O'BRIEN J. F. **Modelling with implicit surfaces that interpolate**. ACM Trans. Graph., 21(4):855–873, 2002. ISSN 0730-0301. doi: <http://doi.acm.org/10.1145/571647.571650>.

UHLEIN, A.; Noce, C.M. Quadrilátero Ferrífero. In: Hasui, J. *et al.* **Geologia do Brasil**. São Paulo: Beca, 2012.11b, p. 228 – 232.

VILELA. L.C.; **Comparação entre as redes neurais artificiais e o método de interpolação krigagem aplicados à pesquisa agrônômica**. 2004. 136 f. Tese (Doutorado em Agronomia)

- Faculdade de Ciências Agronômicas da UNESP- Campus de Botucatu, Universidade Estadual Paulista, Botucatu 2004.

YAMAMOTO, J.K. **Avaliação e classificação de reservas minerais**. São Paulo: EDUSP, 2001. 226 p.

YAMAMOTO, J. K.; LANDIM, P. M. B. *Geoestatística*: conceitos e aplicações. São Paulo: Oficina de Textos, 2013. 215 p.

WRIGHT, G. B. **Radial basis function interpolation: numerical and analytical developments**. 2003. 155 f. Tese (Doctorate of Philosophy) – Department of Applied Mathematics, University of Colorado, Boulder, 2003.